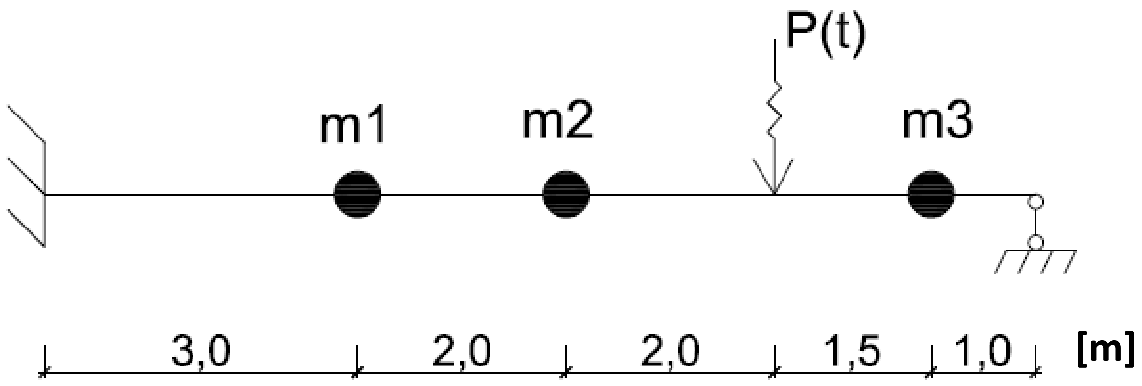
POLITECHNIKA POZNAŃSKA
WYDZIA Ł BUDOWNICTWA I INŻYNIERII
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
ZAKŁAD MECHANIKI BUDOWLI

ĆWICZENIE NR 2

DYNAMIKA - UJĘCIE KLASYCZNE

Anna Kociach
Kamila Kopczyńska
Grupa B3
Rok akademicki 2013/14
Semestr IV

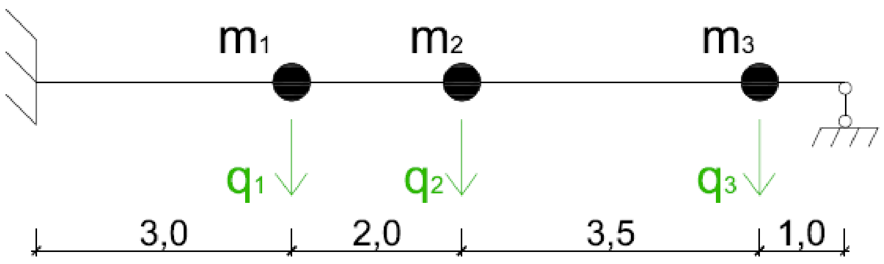
Schemat:



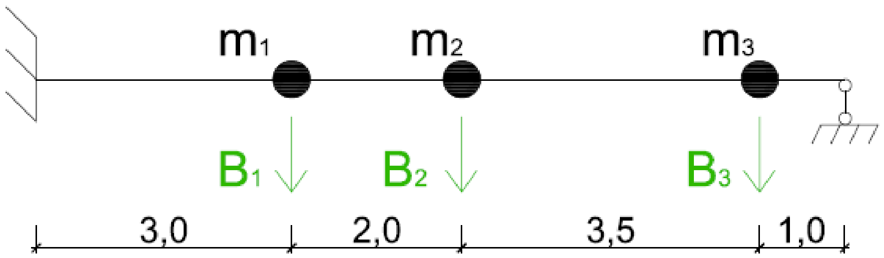
Dane:

$m_1 = 200kg$
$m_2 = 300kg$
$m_3 = 450kg$
amplituda siły wymuszającej: $P_0 = 25{,}5kN = 25500N$
częstotliwość siły wymuszającej: $p = 12\,Hz = 12 \cdot 2\Pi = 75{,}398\frac{rad}{s}$
przekrój pretów :I300
$I = 9800cm^4$
$EI = 20090kNm^2 = 20090000Nm^2$
Przyjęto:
$m = 100kg$
$m_1 = 200kg = 2m$
$m_2 = 300kg = 3m$
$m_3 = 450kg = 4{,}5m$

1) <u>Częstości i postacie drgań własnych</u>



$B_1 = -\mathrm{m}_1 \cdot \ddot{\mathrm{q}}_1$
$B_2 = -\mathrm{m}_2 \cdot \ddot{\mathrm{q}}_2$
$B_3 = -\mathrm{m}_3 \cdot \ddot{\mathrm{q}}_3$



SSD=3

Różniczkowe równania ruchu:

$$\begin{cases} q_1 = \delta_{11}\cdot B_1 + \delta_{12}\cdot B_2 + \delta_{13}\cdot B_3 \\ q_2 = \delta_{21}\cdot B_1 + \delta_{22}\cdot B_2 + \delta_{23}\cdot B_3 \\ q_3 = \delta_{31}\cdot B_1 + \delta_{32}\cdot B_2 + \delta_{33}\cdot B_3 \end{cases} \qquad \begin{aligned} q_i &= A_i\cdot\cos\omega t \\ \ddot{q}_i &= -A_i\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t \end{aligned}$$

$$\begin{cases} A_1\cdot\cos\omega t = \delta_{11}\cdot(2m\cdot A_1\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) + \delta_{12}\cdot(3m\cdot A_2\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) + \delta_{13}\cdot(4{,}5m\cdot A_3\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) \\ A_2\cdot\cos\omega t = \delta_{21}\cdot(2m\cdot A_1\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) + \delta_{22}\cdot(3m\cdot A_2\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) + \delta_{23}\cdot(4{,}5m\cdot A_3\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) \\ A_3\cdot\cos\omega t = \delta_{31}\cdot(2m\cdot A_1\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) + \delta_{32}\cdot(3m\cdot A_2\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) + \delta_{33}\cdot(4{,}5m\cdot A_3\cdot\omega^2\cdot\cos\omega t) \end{cases}$$

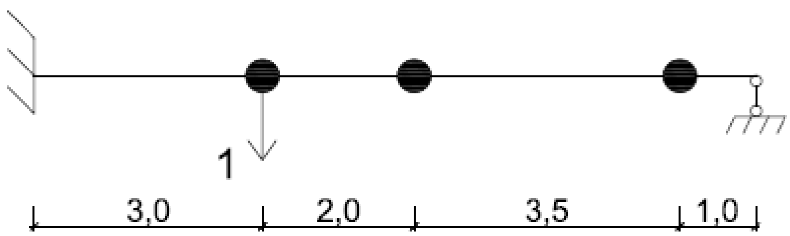
$$\begin{cases} A_1 = \delta_{11}\cdot(2m\cdot A_1\cdot\omega^2) + \delta_{12}\cdot(3m\cdot A_2\cdot\omega^2) + \delta_{13}\cdot(4{,}5m\cdot A_3\cdot\omega^2) \\ A_2 = \delta_{21}\cdot(2m\cdot A_1\cdot\omega^2) + \delta_{22}\cdot(3m\cdot A_2\cdot\omega^2) + \delta_{23}\cdot(4{,}5m\cdot A_3\cdot\omega^2) \\ A_3 = \delta_{31}\cdot(2m\cdot A_1\cdot\omega^2) + \delta_{32}\cdot(3m\cdot A_2\cdot\omega^2) + \delta_{33}\cdot(4{,}5m\cdot A_3\cdot\omega^2) \end{cases} \qquad \delta_{ik} = \sum\int\frac{M_i\cdot M_k}{EI}dx$$

Podstawiając $\frac{m\omega^2}{EI} = \lambda$ otrzymujemy:

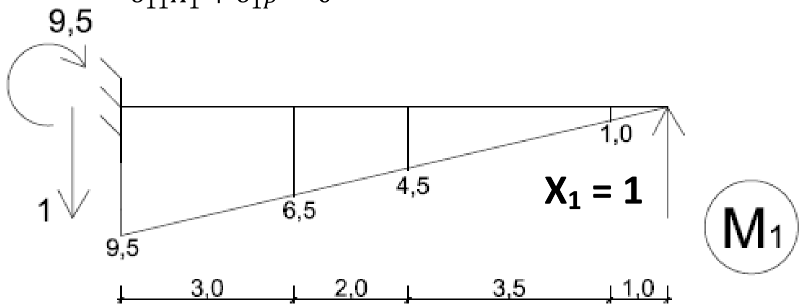
$$\begin{cases} A_1\cdot\left(1-\delta'_{11}\cdot 2\lambda\right) - A_2\cdot\delta'_{12}\cdot 3\lambda - A_3\cdot\delta'_{13}\cdot 4{,}5\lambda = 0 \\ -A_1\cdot\delta'_{21}\cdot 2\lambda + A_2\cdot\left(1-\delta'_{22}\cdot 3\lambda\right) - A_3\cdot\delta'_{23}\cdot 4{,}5\lambda = 0 \\ -A_1\cdot\delta'_{31}\cdot 2\lambda - A_2\cdot\delta'_{32}\cdot 3\lambda + A_3\cdot\left(1-\delta'_{33}\cdot 4{,}5\lambda\right) = 0 \end{cases} \qquad \delta'_{ik} = \sum\int M_i\cdot M_k\,dx$$

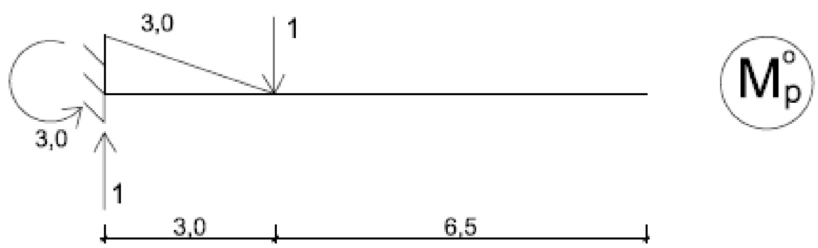
Obliczenie współczynników δ'_{ik}:

- Siła jednostkowa po kierunku $q_1 \Rightarrow M_1^n$- metoda sił:



$\delta_{11}X_1 + \delta_{1P} = 0$

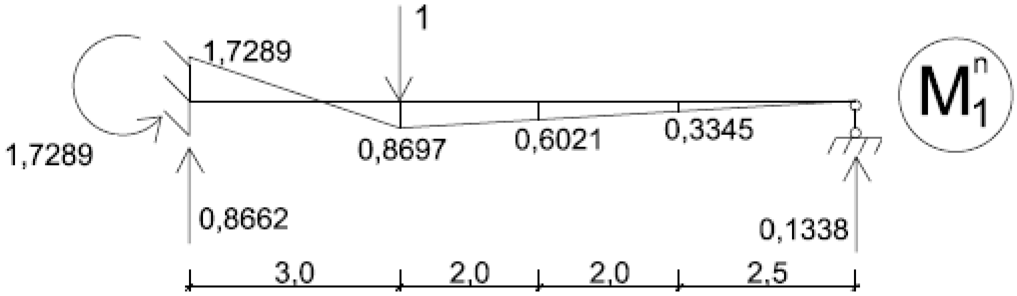




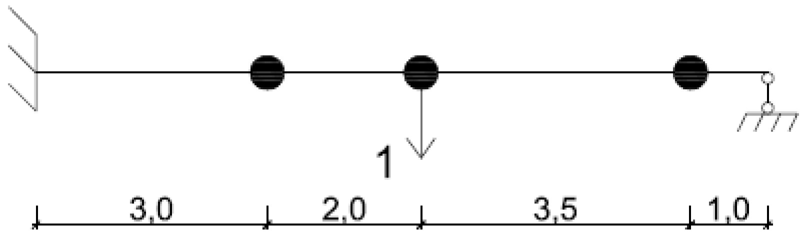
$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 9{,}5 \cdot 9{,}5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9{,}5\right) = \frac{6859}{24EI}$

$\delta_{1P} = \int \frac{M_1 \cdot M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 9{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 6{,}5\right)\right) = -\frac{153}{4EI}$

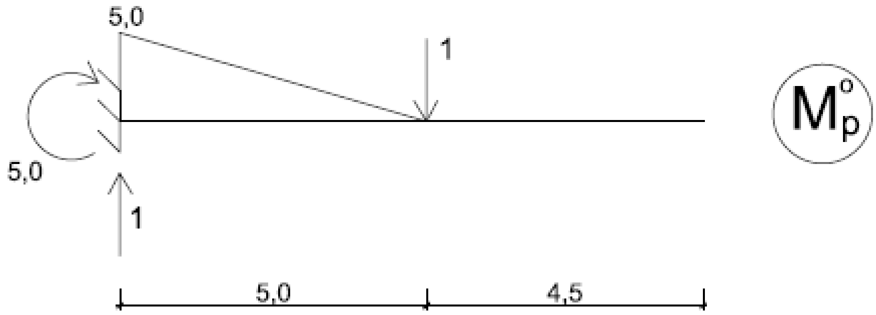
$X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{153}{4EI} \cdot \frac{24EI}{6859} = 0{,}1338kN$



- Siła jednostkowa po kierunku $q_2 \Rightarrow M_2^n$- metoda sił:



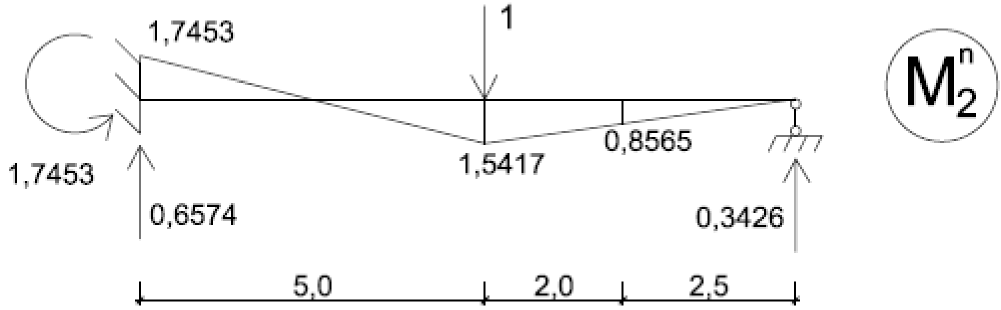
$\delta_{11}X_1 + \delta_{1P} = 0$



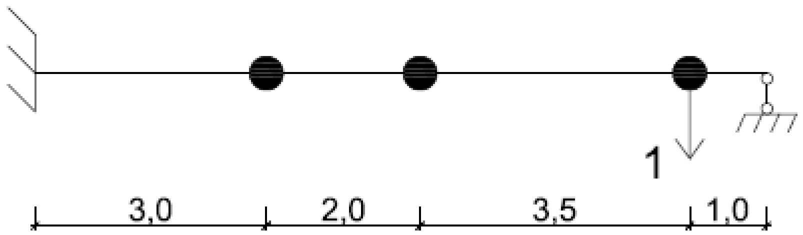
$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx = \frac{6859}{24EI}$

$\delta_{1P} = \int \frac{M_1 \cdot M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 9{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 4{,}5\right)\right) = -\frac{1175}{12EI}$

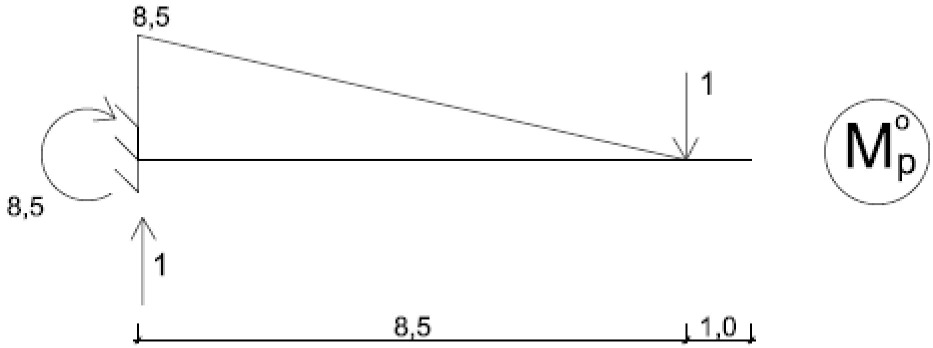
$X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{1175}{12EI} \cdot \frac{24EI}{6859} = 0{,}3426kN$



- Siła jednostkowa po kierunku $q_3 \Rightarrow M_3^n$- metoda sił:



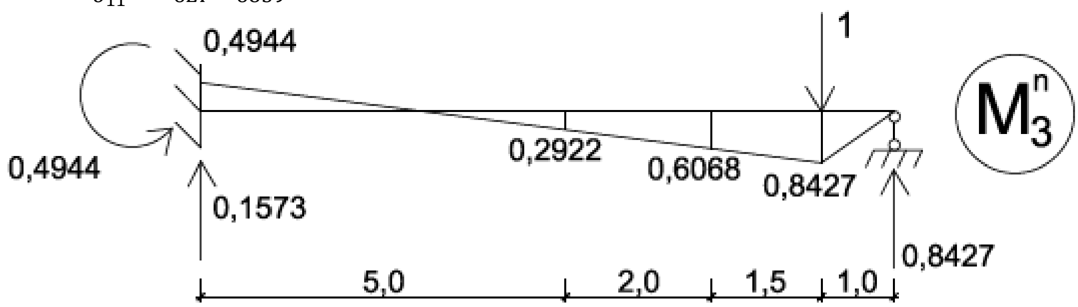
$\delta_{11}X_1 + \delta_{1P} = 0$



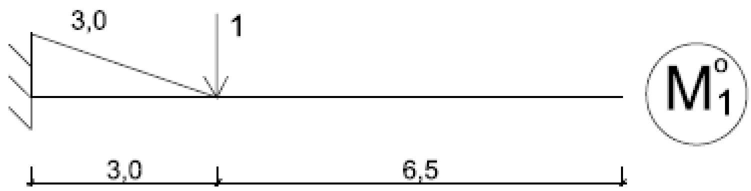
$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx = \frac{6859}{24EI}$

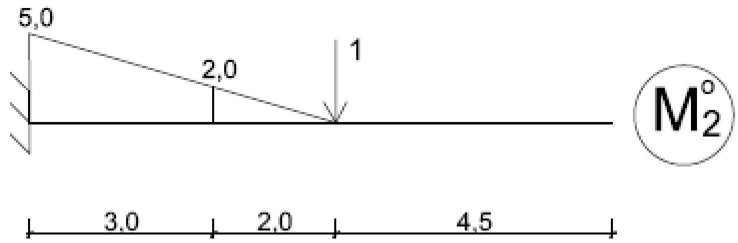
$\delta_{1P} = \int \frac{M_1 \cdot M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 8{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 9{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 1{,}0\right)\right) = -\frac{1445}{6EI}$

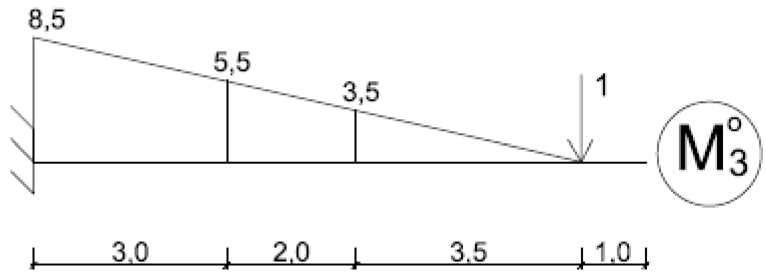
$X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{1445}{6EI} \cdot \frac{24EI}{6859} = 0{,}8427kN$



Wykresy momentów zginających od sił po kierunkach q_1, q_2 i q_3
w układzie statycznie wyznaczalnym:







$\delta_{11} = \int \frac{M_1^n \cdot M_1^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}8697\right)\right] = \frac{3{,}8822}{EI}$

$\delta_{22} = \int \frac{M_2^n \cdot M_2^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}7453 - \frac{1}{3} \cdot 1{,}5417\right)\right] = \frac{8{,}1204}{EI}$

$\delta_{33} = \int \frac{M_3^n \cdot M_3^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 8{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}4944 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}8427\right)\right] = \frac{1{,}7593}{EI}$

$\delta_{12} = \int \frac{M_1^n \cdot M_2^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}8697\right) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{2}{3} \cdot 0{,}8697\right) - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}8697 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}6021\right)\right] = \frac{4{,}8988}{EI}$

$\delta_{13} = \int \frac{M_1^n \cdot M_3^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8{,}5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}8697\right) + \frac{1}{2} \cdot 5{,}5 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{2}{3} \cdot 0{,}8697\right) - \frac{1}{2} \cdot 5{,}5 \cdot 5{,}5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}8697 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}1338\right)\right] = \frac{1{,}5265}{EI}$

$\delta_{23} = \int \frac{M_3^n \cdot M_2^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}4944 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}2922\right)\right] = \frac{2{,}9072}{EI}$

$$\begin{cases} A_1 \cdot (1 - 7{,}7644\lambda) - A_2 \cdot 14{,}6964\lambda - A_3 \cdot 6{,}8693\lambda = 0 \\ -A_1 \cdot 9{,}7976\lambda + A_2 \cdot (1 - 24{,}3612\lambda) - A_3 \cdot 13{,}0824\lambda = 0 \\ -A_1 \cdot 3{,}0530\lambda - A_2 \cdot 8{,}7216\lambda - A_3 \cdot (1 - 7{,}9169\lambda) = 0 \end{cases}$$

Otrzymany układ ma postać uogólnionego problemu własnego.

Jest to układ równań jednorodnych, który posiada niezerowe rozwiązanie gdy jego wyznacznik główny jest równy 0.

$$det \begin{bmatrix} 1 - 7{,}7644\lambda & -14{,}6964\lambda & -6{,}8693\lambda \\ -9{,}7976\lambda & 1 - 24{,}3612\lambda & -13{,}0824\lambda \\ -3{,}0530\lambda & -8{,}7216\lambda & 1 - 7{,}9169\lambda \end{bmatrix} = 0$$

Układ rozwiązano korzystając z programu do rozwiązywania uogólnionego problemu własnego. Otrzymano następujące wyniki:

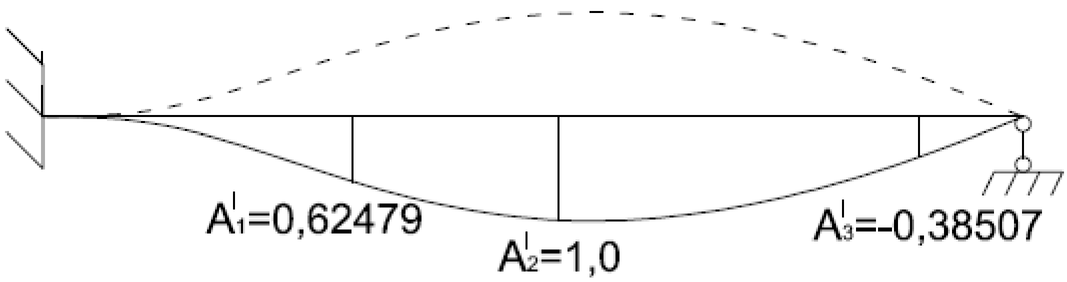
$$\begin{cases} \lambda_1 = 0{,}028153 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 \cdot EI}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}028153 \cdot 20090000}{100}} = 75{,}21 \frac{rad}{s} \\ \lambda_2 = 0{,}293216 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{\lambda_2 \cdot EI}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}293216 \cdot 20090000}{100}} = 242{,}71 \frac{rad}{s} \\ \lambda_3 = 0{,}899449 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 \cdot EI}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}899449 \cdot 20090000}{100}} = 425{,}09 \frac{rad}{s} \end{cases}$$

Postacie drgań własnych:

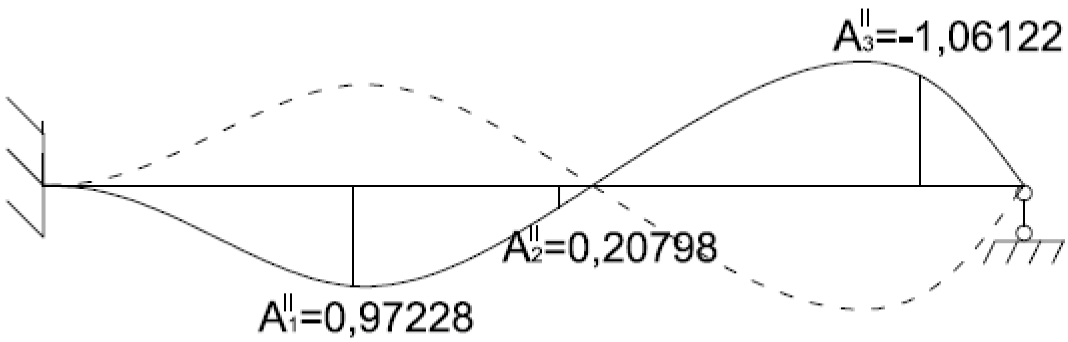
Dla poszczególnych wartości własnych, otrzymano odpowiednie wektory własne:

1. Dla $\lambda_1 = 0{,}028153$
   A_1=0,624789
   A_2=1,0
   A_3=0,385065
2. Dla $\lambda_2 = 0{,}293216$
   A_1=0,972281
   A_2=0,207980
   A_3=-1,06122
3. Dla $\lambda_3 = 0{,}899449$
   A_1=1,0
   A_2=-0,605989
   A_3=0,328020

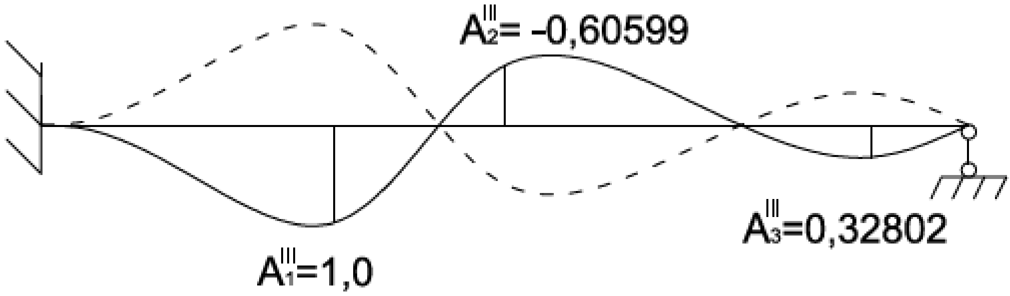
I postać drgań własnych



II postać drgań własnych



III postać drgań własnych



Sprawdzenie ortogonalności postaci drgań własnych:

I-II:

$A_1^I \cdot A_1^{II} \cdot m_1 + A_2^I \cdot A_2^{II} \cdot m_2 + A_3^I \cdot A_3^{II} \cdot m_3 = 0{,}624789 \cdot 0{,}972281 \cdot 200 + 1{,}0 \cdot 0{,}207980 \cdot 300 + 0{,}385065 \cdot (-1{,}06122) \cdot 450 = 0{,}0006 \cong 0$

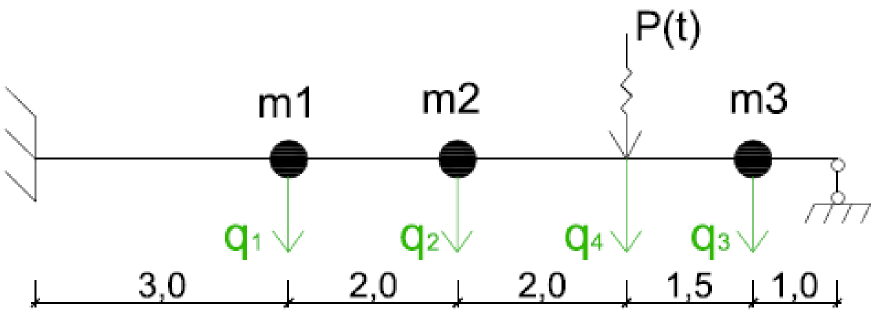
II-III:

$A_1^{II} \cdot A_1^{III} \cdot m_1 + A_2^{II} \cdot A_2^{III} \cdot m_2 + A_3^{II} \cdot A_3^{II}I \cdot m_3 = 0{,}972281 \cdot 1{,}0 \cdot 200 + 0{,}207980 \cdot (-0{,}605989) \cdot 300 + (-1{,}06122) \cdot 0{,}328020 \cdot 450 = 0{,}0005 \cong 0$

I-III:

$A_1^I \cdot A_1^{III} \cdot m_1 + A_2^I \cdot A_2^{III} \cdot m_2 + A_3^I \cdot A_3^{III} \cdot m_3 = 0{,}624789 \cdot 1{,}0 \cdot 200 + 1{,}0 \cdot (-0{,}605989) \cdot 300 + 0{,}385065 \cdot 0{,}328020 \cdot 450 = 0{,}0002 \cong 0$

2. Amplitudy drgań wymuszonych



$$P_0 = 25{,}5kN = 25500N$$
$$p = 12\,Hz = 75{,}398\frac{rad}{s}$$
$$P(t) = P_0 \sin pt$$
$$q_i = A_\mathrm{i} \cdot \sin \mathrm{pt}$$
$$\ddot{\mathrm{q}}_\mathrm{i} = -A_i \cdot p^2 \cdot \sin pt$$

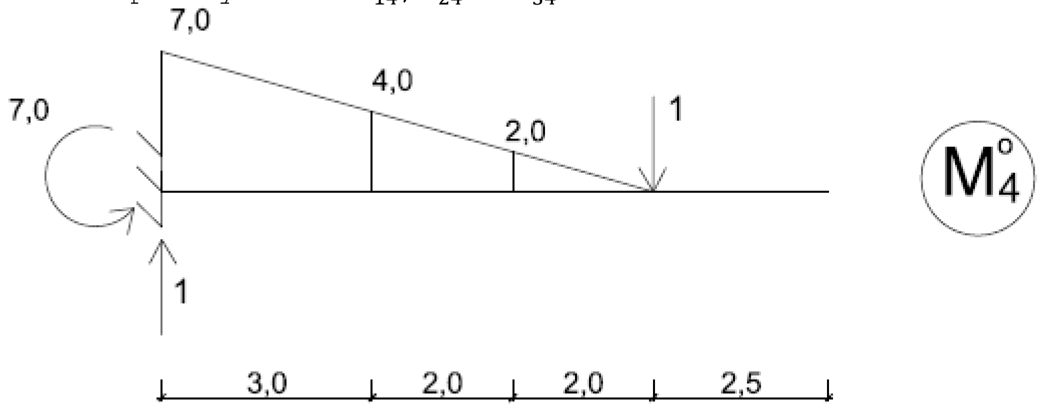
$$\begin{cases} q_1 = \delta_{11} \cdot \mathrm{B}_1 + \delta_{12} \cdot \mathrm{B}_2 + \delta_{13} \cdot \mathrm{B}_3 + \delta_{14} \cdot \mathrm{P(t)} \\ q_2 = \delta_{21} \cdot \mathrm{B}_1 + \delta_{22} \cdot \mathrm{B}_2 + \delta_{23} \cdot \mathrm{B}_3 + \delta_{24} \cdot \mathrm{P(t)} \\ q_3 = \delta_{31} \cdot \mathrm{B}_1 + \delta_{32} \cdot \mathrm{B}_2 + \delta_{33} \cdot \mathrm{B}_3 + \delta_{34} \cdot \mathrm{P(t)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 \cdot \sin \mathrm{pt} = \delta_{11} \cdot (2m \cdot A_1 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{12} \cdot (3m \cdot A_2 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{13} \cdot (4{,}5m \cdot A_3 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{14} \cdot P_o \sin pt \\ A_2 \cdot \sin \mathrm{pt} = \delta_{21} \cdot (2m \cdot A_1 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{22} \cdot (3m \cdot A_2 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{23} \cdot (4{,}5m \cdot A_3 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{24} \cdot P_o \sin pt \\ A_3 \cdot \sin \mathrm{pt} = \delta_{31} \cdot (2m \cdot A_1 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{32} \cdot (3m \cdot A_2 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{33} \cdot (4{,}5m \cdot A_3 \cdot p^2 \cdot \sin pt) + \delta_{34} \cdot P_o \sin pt \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = \delta_{11} \cdot (2m \cdot A_1 \cdot p^2) + \delta_{12} \cdot (3m \cdot A_2 \cdot p^2) + \delta_{13} \cdot (4{,}5m \cdot A_3 \cdot p^2) + \delta_{14} \cdot P_o \\ A_2 = \delta_{21} \cdot (2m \cdot A_1 \cdot p^2) + \delta_{22} \cdot (3m \cdot A_2 \cdot p^2) + \delta_{23} \cdot (4{,}5m \cdot A_3 \cdot p^2) + \delta_{24} \cdot P_o \\ A_3 = \delta_{31} \cdot (2m \cdot A_1 \cdot p^2) + \delta_{32} \cdot (3m \cdot A_2 \cdot p^2) + \delta_{33} \cdot (4{,}5m \cdot A_3 \cdot p^2) + \delta_{34} \cdot P_o \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 \cdot (1 - \delta_{11} \cdot 2m \cdot p^2) - A_2 \cdot \delta_{12} \cdot 3m \cdot p^2 - A_3 \cdot \delta_{13} \cdot 4{,}5m \cdot p^2 = \delta_{14} \cdot P_o \\ -A_1 \cdot \delta_{21} \cdot 2m \cdot p^2 + A_2 \cdot (1 - \delta_{22} \cdot 3m \cdot p^2) - A_3 \cdot \delta_{23} \cdot 4{,}5m \cdot p^2 = \delta_{24} \cdot P_o \\ -A_1 \cdot \delta_{31} \cdot 2m \cdot p^2 - A_2 \cdot \delta_{32} \cdot 3m \cdot p^2 + A_3 \cdot (1 - \delta_{33} \cdot 4{,}5m \cdot p^2) = \delta_{34} \cdot P_o \end{cases}$$

Obliczenie współczynników δ_{14}, δ_{24} i δ_{34}:



$\delta_{14} = \int \frac{M_1^n \cdot M_4^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}8697\right) + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1{,}7289 - \frac{2}{3} \cdot 0{,}8697\right) - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}8697 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}3345\right)\right] = \frac{3{,}5070}{EI}$

$\delta_{24} = \int \frac{M_2^n \cdot M_4^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}7453 - \frac{1}{3} \cdot 1{,}5417\right) + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1{,}7453 - \frac{2}{3} \cdot 1{,}5417\right) - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1{,}5417 + \frac{1}{3} \cdot 1{,}8565\right)\right] = \frac{6{,}5118}{EI}$

$\delta_{34} = \int \frac{M_3^n \cdot M_4^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}4944 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}6068\right)\right] = \frac{3{,}1197}{EI}$

$$\begin{cases} A_1 \cdot \left(1 - \frac{3{,}8822}{EI} \cdot 200 \cdot 75{,}398^2\right) - A_2 \cdot \frac{4{,}8988}{EI} \cdot 300 \cdot 75{,}398^2 - A_3 \cdot \frac{1{,}5265}{EI} \cdot 450 \cdot 75{,}398^2 = \frac{3{,}5070}{EI} \cdot 25500 \\ -A_1 \cdot \frac{4{,}8988}{EI} \cdot 200 \cdot 75{,}398^2 + A_2 \cdot \left(1 - \frac{8{,}1204}{EI} \cdot 300 \cdot 75{,}398^2\right) - A_3 \cdot \frac{2{,}9072}{EI} \cdot 450 \cdot 75{,}398^2 = \frac{6{,}5118}{EI} \cdot 25500 \\ -A_1 \cdot \frac{1{,}5265}{EI} \cdot 200 \cdot 75{,}398^2 - A_2 \cdot \frac{2{,}9072}{EI} \cdot 300 \cdot 75{,}398^2 + A_3 \cdot \left(1 - \frac{1{,}7593}{EI} \cdot 450 \cdot 75{,}398^2\right) = \frac{3{,}1197}{EI} \cdot 25500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}7803 \cdot A_1 - 0{,}4159 \cdot A_2 - 0{,}1944 \cdot A_3 = 0{,}004451 \\ -0{,}2722 \cdot A_1 + 0{,}3107 \cdot A_2 - 0{,}3702 \cdot A_3 = 0{,}008265 \\ -0{,}0864 \cdot A_1 - 0{,}2468 \cdot A_2 + 0{,}7760 \cdot A_3 = 0{,}003960 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = -1{,}023266m \\ A_2 = -1{,}636530m \\ A_3 = -0{,}629306m \end{cases}$$

Otrzymane wyniki świadczą o tym, że znajdujemy się w strefie rezonansowej, ponieważ częstość kołowa drgań własnych P = 75,398rad/s jest zbliżona do częstości kołowej drgań wymuszonych ω_1 = 75,21rad/s. Tak zaprojektowana konstrukcja ulegnie zniszczeniu.

Obliczenie amplitud sił bezwładności:

$B_i = -m_i \cdot \ddot{q}_i$

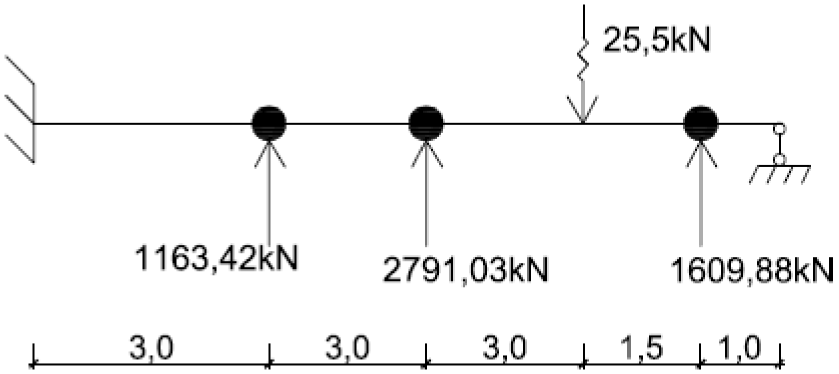
$B_1 = -m_1 \cdot \ddot{q}_1 = -m_1 \cdot (-A_1 \cdot p^2 \cdot \sin pt) = m_1 \cdot A_1 \cdot p^2 \cdot \sin pt = 200 \cdot (-1{,}023266) \cdot 75{,}398^2 = -1163424 \sin pt$

$B_2 = -m_2 \cdot \ddot{q}_2 = -m_2 \cdot (-A_2 \cdot p^2 \cdot \sin pt) = m_2 \cdot A_2 \cdot p^2 \cdot \sin pt = 300 \cdot (-1{,}636530) \cdot 75{,}398^2 = -2791032 \sin pt$

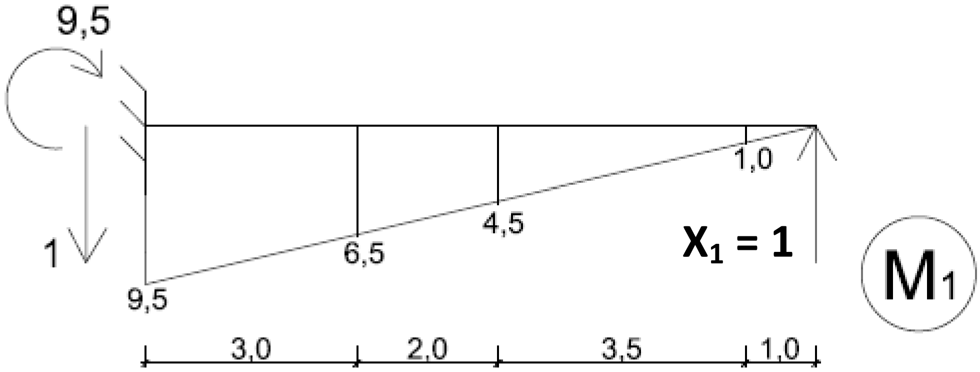
$B_3 = -m_3 \cdot \ddot{q}_3 = -m_3 \cdot (-A_3 \cdot p^2 \cdot \sin pt) = m_3 \cdot A_3 \cdot p^2 \cdot \sin pt = 450 \cdot (-0{,}629307) \cdot 75{,}398^2 = -1609884 \sin pt$

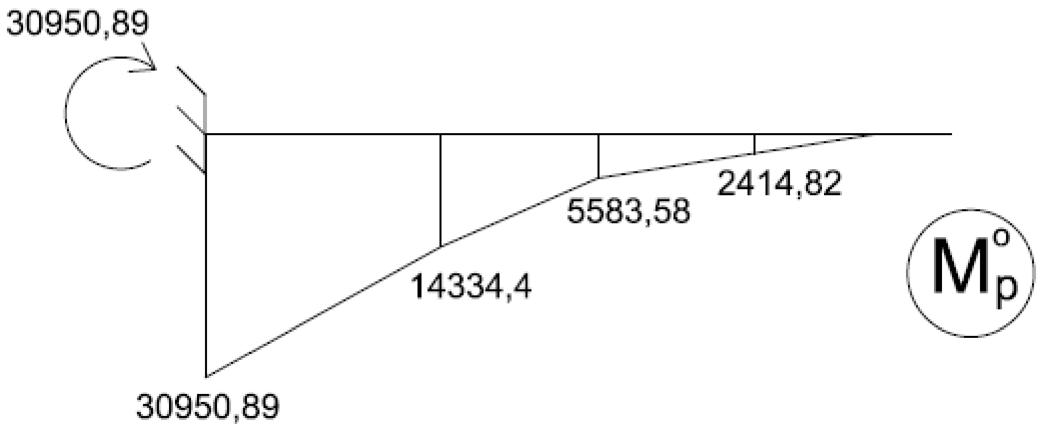
$$\sin pt = 1 \Longrightarrow \qquad \begin{matrix} B_1 = -1163{,}42kN \\ B_2 = -2791{,}03kN \\ B_3 = -1609{,}88kN \end{matrix}$$

Siły działające na układ (maksymalne - dla sin(pt)=1):



Rozwiązanie układu- metoda sił



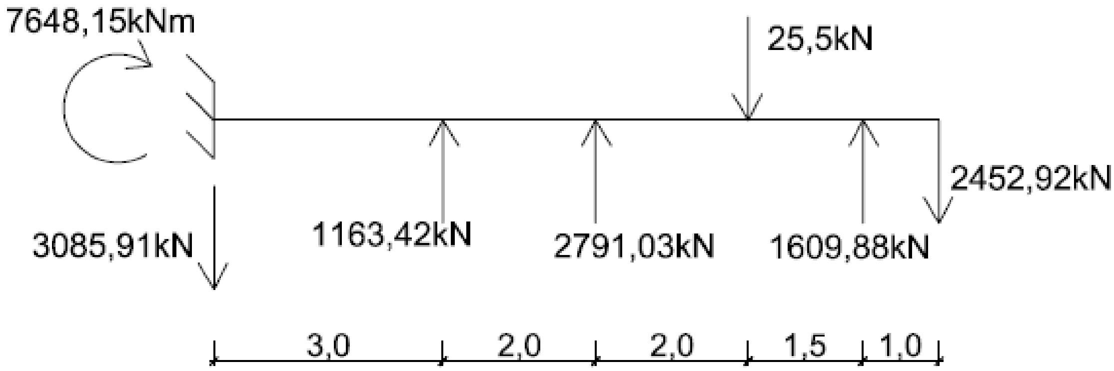


$\delta_{11}X_1 + \delta_{1P} = 0$

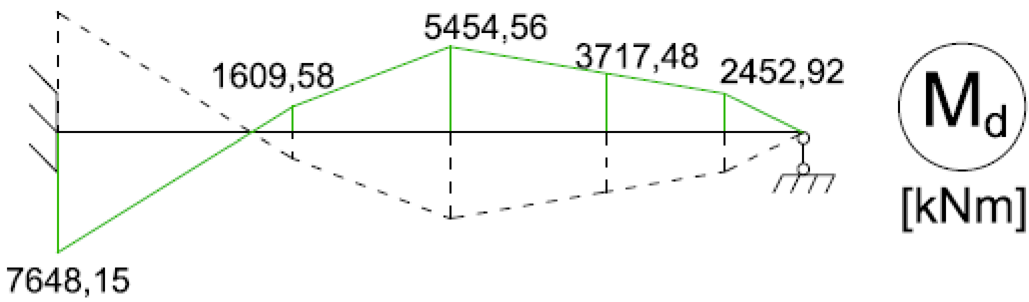
$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx = \frac{6859}{24EI}$

$\delta_{1P} = \int \frac{M_1 \cdot M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 30950{,}89 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 9{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 6{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 14334{,}4 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 9{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 14334{,}4 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 4{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 5583{,}58 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 6{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5583{,}58 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 2{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 2414{,}82 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 4{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 2414{,}82 \cdot 1{,}5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 1\right)\right] = \frac{701204{,}56}{EI}$

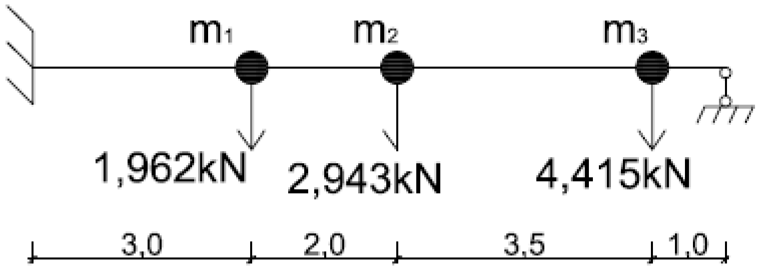
$X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{-701204{,}56}{EI} \cdot \frac{24EI}{6859} = -2452{,}92kN$

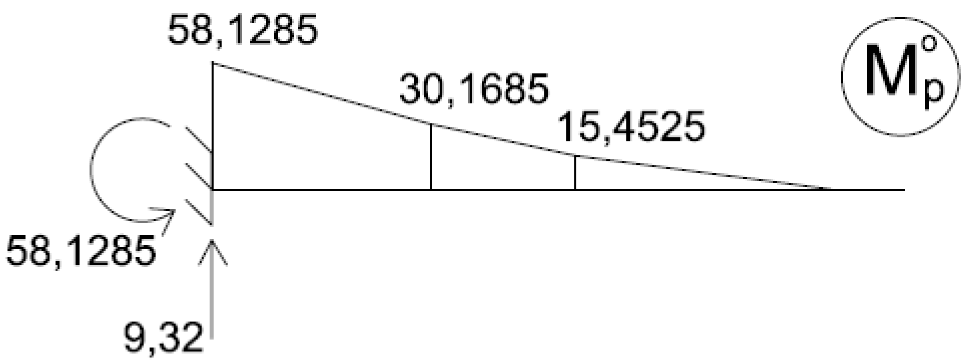


Obwiednia momentów dynamicznych:



Moment statyczny:





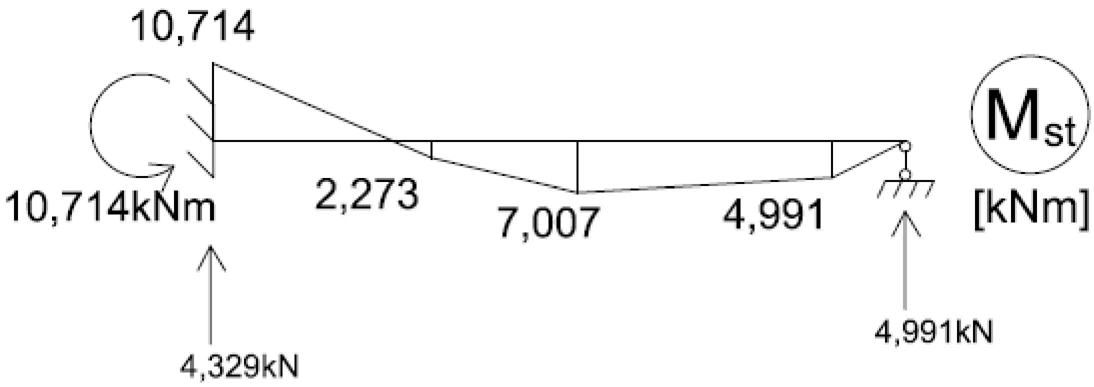
$\delta_{11}X_1 + \delta_{1P} = 0$

$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx = \frac{6859}{24EI}$

$\delta_{1P} = \int \frac{M_1 \cdot M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \Big[\frac{1}{2} \cdot 58{,}1285 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 9{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 6{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 30{,}1685 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 9{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 30{,}1685 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 4{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 15{,}4525 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 6{,}5\right) + \frac{1}{2} \cdot 15{,}4525 \cdot 3{,}5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 1{,}0\right)\Big] = -\frac{1426{,}49}{EI}$

$X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{1426{,}49}{EI} \cdot \frac{24EI}{6859} = 4{,}991kN$

Wykres momentów od obciążenia statycznego
(pominięto ciężar własny konstrukcji)



Sprawdzenie naprężeń normalnych w przekroju:

$$M_{max} = 1{,}2 \cdot M_{st} + 5 \cdot M_d = 1{,}2 \cdot 10{,}714 + 5 \cdot 7648{,}15 = 38263{,}61kNm$$

$$\frac{M_{max}}{W} = \frac{3825361}{653} = 5858{,}13\frac{kN}{cm^2} = 58581{,}3MPa > 215MPa$$

Naprężenia w przekroju w znacznym stopniu przekraczają naprężenia dopuszczalne, jest to efektem wystąpienia zjawiska rezonansu.