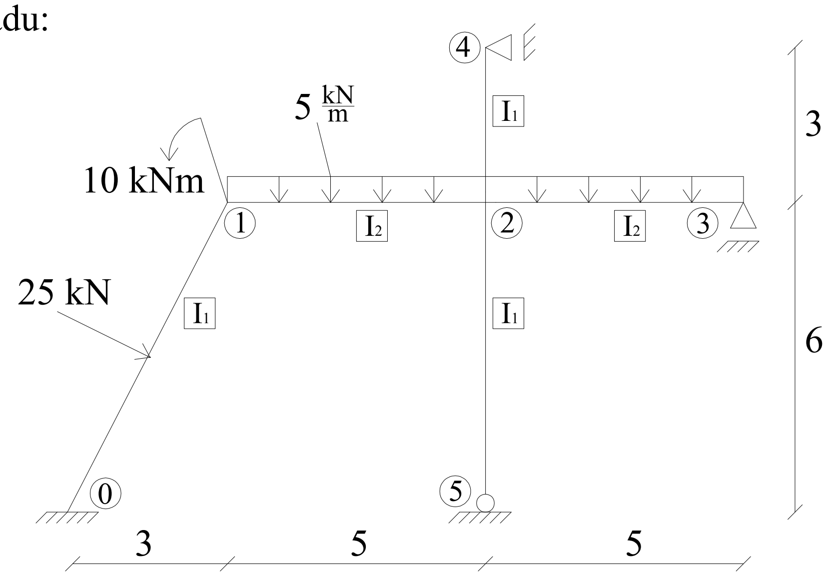
Politechnika Poznańska
Instytut Konstrukcji Budowlanych
Zakład Mechaniki Budowli

Projekt wykonał: Krzysztof Matyniak
Konsultacje: mgr inż. Anita Kaczor

OBLICZENIE RAMY METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

Wpływ obciążenia

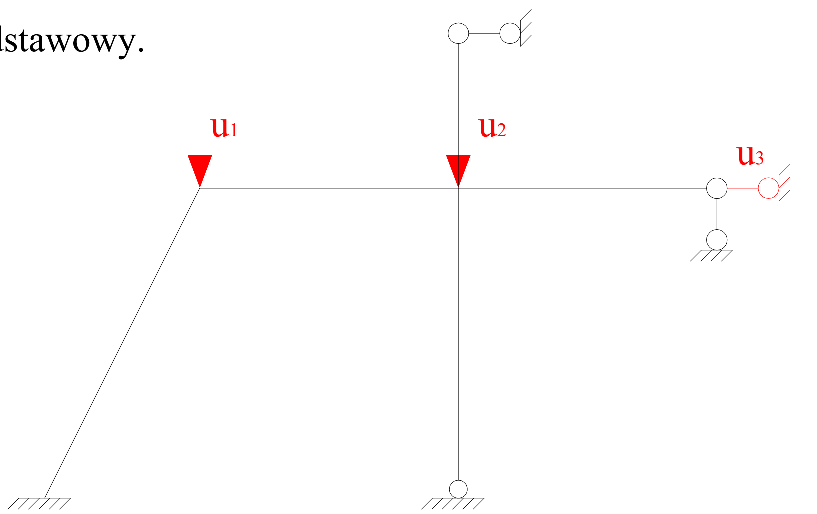
Schemat układu:



Przyjmuje przekroje prętów I_1 i I_2 z dwuteowników walcowanych:

$I_1 \rightarrow$ I200 $\rightarrow I_x$=2140 cm^4
$I_2 \rightarrow$ I160 $\rightarrow I_x$=935 cm^4
$EI_1 = 205 \cdot 10^9 \cdot 2140 \cdot 10^{-8} = 4387 kNm$
$EI_2 = 205 \cdot 10^9 \cdot 935 \cdot 10^{-8} = 1916,75 kNm$
I_2=0,4369158 I_1

Układ podstawowy.



Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń

$$\begin{cases} R_1 = 0 \\ R_2 = 0 \\ R_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_{11} \cdot \varphi_1 + r_{12} \cdot \varphi_2 + r_{13} \cdot \Delta_3 + r_{1P} = 0 \\ r_{21} \cdot \varphi_1 + r_{22} \cdot \varphi_2 + r_{23} \cdot \Delta_3 + r_{2P} = 0 \\ r_{31} \cdot \varphi_1 + r_{32} \cdot \varphi_2 + r_{33} \cdot \Delta_3 + r_{3P} = 0 \end{cases}$$

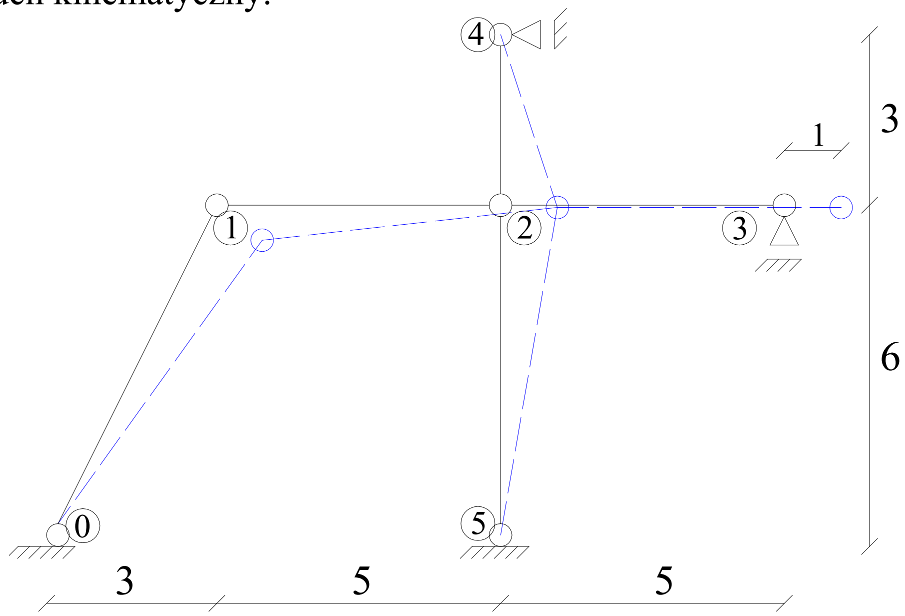
Niewiadome: $\varphi_1, \varphi_2, u_3$

Oznaczamy: $u_1 = \varphi_1$

$u_2 = \varphi_2$

$u_3 = \Delta_3$

Łańcuch kinematyczny.



Równania łańcucha kinematycznego.

$0125 \rightarrow \quad \psi_{01} \cdot 6 + \psi_{12} \cdot 0 - \psi_{25} \cdot 6 = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{01} = \psi_{25}$

$0125 \downarrow \quad \psi_{01} \cdot 3 + \psi_{12} \cdot 5 - \psi_{25} \cdot 0 = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{01} = -\frac{5}{3}\psi_{12}$

$523 \rightarrow \quad \psi_{25} \cdot 6 + \psi_{23} \cdot 0 = 1 \quad \rightarrow \quad \psi_{25} = \frac{1}{6} \quad \rightarrow \quad \psi_{01} = \frac{1}{6} \quad \rightarrow \quad \psi_{12} = \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{10}$

$423 \rightarrow \quad -\psi_{24} \cdot 3 + \psi_{23} \cdot 0 = 1 \quad \rightarrow \quad \psi_{24} = -\frac{1}{3}$

$$\psi_{01} = \frac{1}{6}$$

$$\psi_{12} = -\frac{1}{10}$$

$$\psi_{23} = 0$$

$$\psi_{24} = -\frac{1}{3}$$

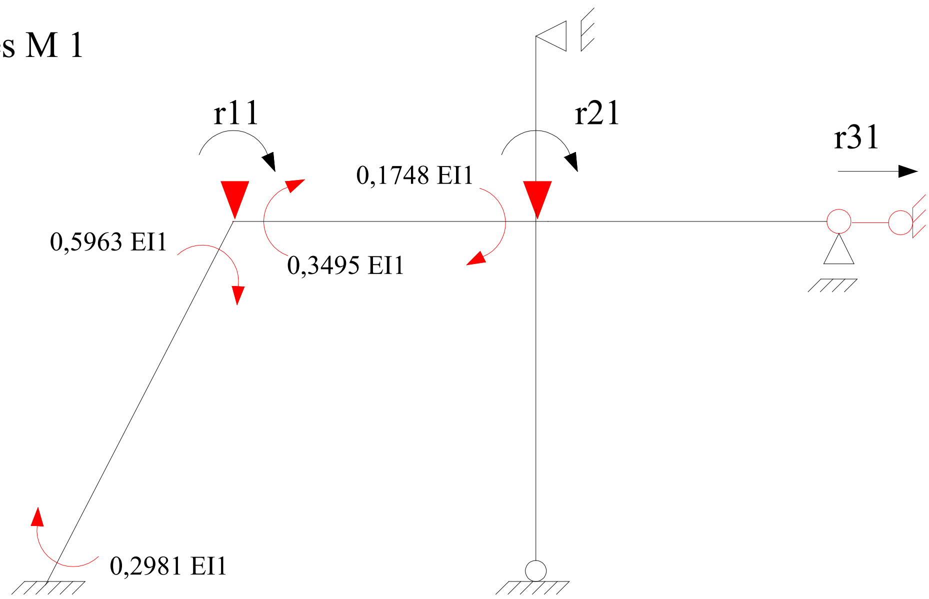
$$\psi_{25} = \frac{1}{6}$$

Stan φ_1=1

Korzystając ze wzorów transformacyjnych obliczam momenty przęsłowe przywęzłowe.

$$M_{01} = \frac{2EI_1}{l}\left(2\varphi_0 + \varphi_1 - 3\psi_{01}\right) = \frac{2EI_1}{6{,}7082039}\left(2\cdot 0 + 1 - 3\cdot 0\right) = 0{,}2981424EI_1$$
$$M_{10} = \frac{2EI_1}{l}\left(2\varphi_1 + \varphi_0 - 3\psi_{01}\right) = \frac{2EI_1}{6{,}7082039}\left(2\cdot 1 + 0 - 3\cdot 0\right) = 0{,}5962848EI_1$$
$$M_{12} = \frac{2EI_2}{l}\left(2\varphi_1 + \varphi_2 - 3\psi_{12}\right) = \frac{2EI_2}{5}\left(2\cdot 1 + 0 - 3\cdot 0\right) = 0{,}8\cdot 0{,}4369158EI_1 = 0{,}3495326EI_1$$
$$M_{21} = \frac{2EI_2}{l}\left(2\varphi_2 + \varphi_1 - 3\psi_{12}\right) = \frac{2EI_2}{5}\left(2\cdot 0 + 1 - 3\cdot 0\right) = 0{,}4\cdot 0{,}4369158EI_1 = 0{,}1747663EI_1$$
$$M_{25} = 0$$
$$M_{52} = 0$$
$$M_{23} = 0$$
$$M_{24} = 0$$

Wykres M 1



Z równowagi węzłów otrzymujemy:

$$r_{11} = 0{,}5962848EI_1 + 0{,}3495326EI_1$$
$$r_{11} = 0{,}9458174EI_1$$

$$r_{21} = 0{,}1747662EI_1$$

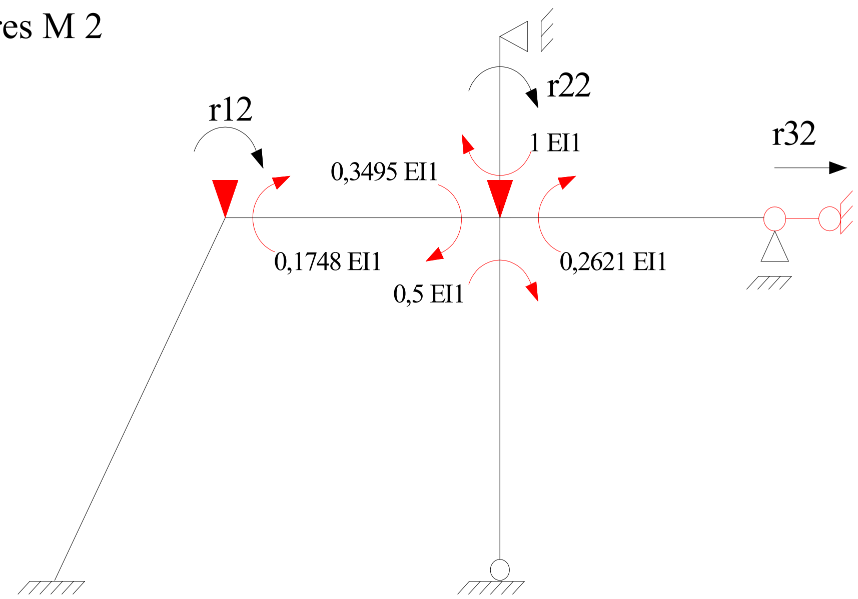
Korzystając z zasady pracy wirtualnej obliczam reakcje r_{31}:

$$r_{31}\cdot \bar{1{,}0} + \left(M_{01} + M_{10}\right)EI_1\cdot \psi_{01} + \left(M_{12} + M_{21}\right)EI_1\cdot \psi_{12} = 0$$
$$r_{31}\cdot \bar{1{,}0} + \left(0{,}2981424 + 0{,}5962848\right)EI_1\cdot \frac{1}{6} + \left(0{,}3495326 + 0{,}1747663\right)EI_1\cdot \left(-\frac{1}{10}\right) = 0$$
$$r_{31} = -0{,}0966414EI_1$$

Stan φ_2=1

$$M_{01} = M_{10} = 0$$
$$M_{12} = \frac{2EI_2}{5}(2\cdot 0 + 1 - 3\cdot 0) = 0{,}1747663EI_1$$
$$M_{21} = \frac{2EI_2}{5}(2\cdot 1 + 0 - 3\cdot 0) = 0{,}3495326EI_1$$
$$M_{25} = \frac{3EI_1}{l}(\varphi_2 - \psi_{25}) = \frac{3EI_1}{6}(1-0) = 0{,}5EI_1$$
$$M_{52} = 0$$
$$M_{24} = \frac{3EI_1}{3}(1-0) = EI_1$$
$$M_{42} = 0$$
$$M_{23} = \frac{3EI_2}{5}(1-0) = 0{,}2621494EI_1$$
$$M_{32} = 0$$

Wykres M 2



Z równowagi węzłów otrzymujemy:

$$r_{12} = 0{,}1747663EI_1$$
$$r_{22} = 0{,}3495326EI_1 + 0{,}5EI_1 + 0{,}2621491EI_1 + 1EI_1$$
$$r_{22} = 2{,}111682EI_1$$

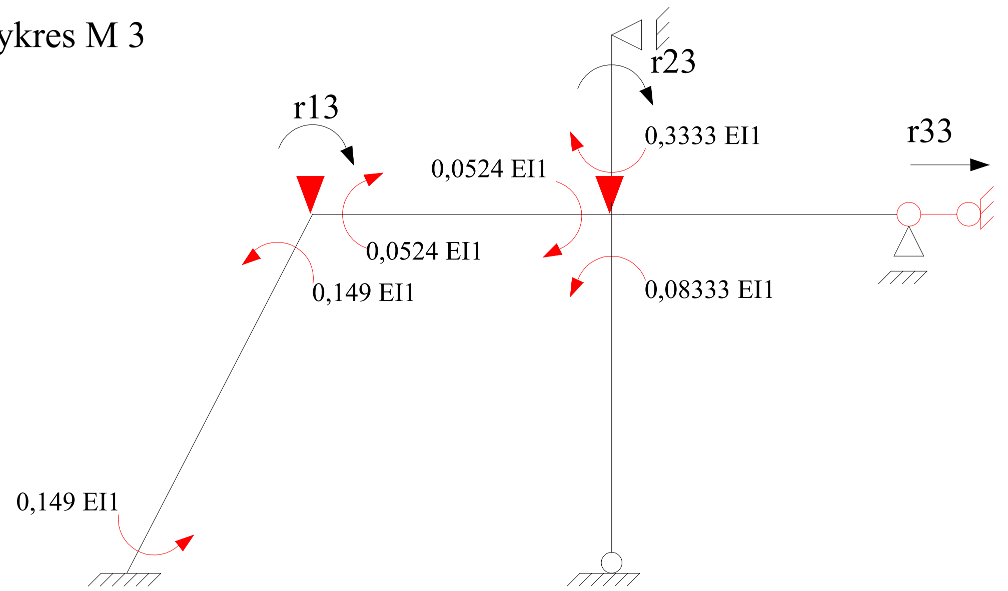
Korzystając z zasady pracy wirtualnej obliczam reakcje r_{32}:

$$r_{32}\cdot \bar{1{,}0} + (0{,}1747663 + 0{,}3495326)EI_1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) + (0{,}5)EI_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) + (0{,}2621494)EI_1 \cdot 0 + (1)EI_1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 0$$
$$r_{32} = 0{,}3024297EI_1$$

Stan u_3=1

$$M_{01} = M_{10} = -0{,}1490712 EI_1$$
$$M_{12} = M_{21} = 0{,}0524298 EI_1$$
$$M_{25} = -0{,}0833333 EI_1$$
$$M_{52} = 0$$
$$M_{24} = 0{,}333333 EI_1$$
$$M_{42} = 0$$
$$M_{23} = M_{32} = 0$$

Wykres M 3



Z równowagi węzłów otrzymujemy:

$$r_{13} = -0{,}1490712 EI_1 + 0{,}0524298 EI_1 \qquad r_{23} = 0{,}3333333 EI_1 + 0{,}0524298 EI_1 - 0{,}0833333 EI_1$$
$$r_{13} = -0{,}0966414 EI_1 \qquad r_{23} = 0{,}3024297 EI_1$$

Korzystając z zasady pracy wirtualnej obliczam reakcje r_{33}:

$$r_{33} \cdot \bar{1{,}0} - (0{,}1490712 + 0{,}1490712) EI_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) + (0{,}0524298 + 0{,}0524298) EI_1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) +$$
$$+ (0{,}3333333) EI_1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - (0{,}0833333) EI_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = 0$$

$$r_{32} = 0{,}1851762 EI_1$$

Stan „P"

$$M_{01} = \frac{Pl}{8} = -\frac{25 \cdot 6{,}7082033}{8} = -20{,}963137 kNm$$

$$M_{01} = \frac{Pl}{8} = \frac{25 \cdot 6{,}7082033}{8} = 20{,}963137 kNm$$

$$M_{12} = \frac{ql^2}{12} = -\frac{5 \cdot 5^2}{12} = -10{,}416667 kNm$$

$$M_{21} = \frac{ql^2}{12} = \frac{5 \cdot 5^2}{12} = 10{,}416667 kNm$$

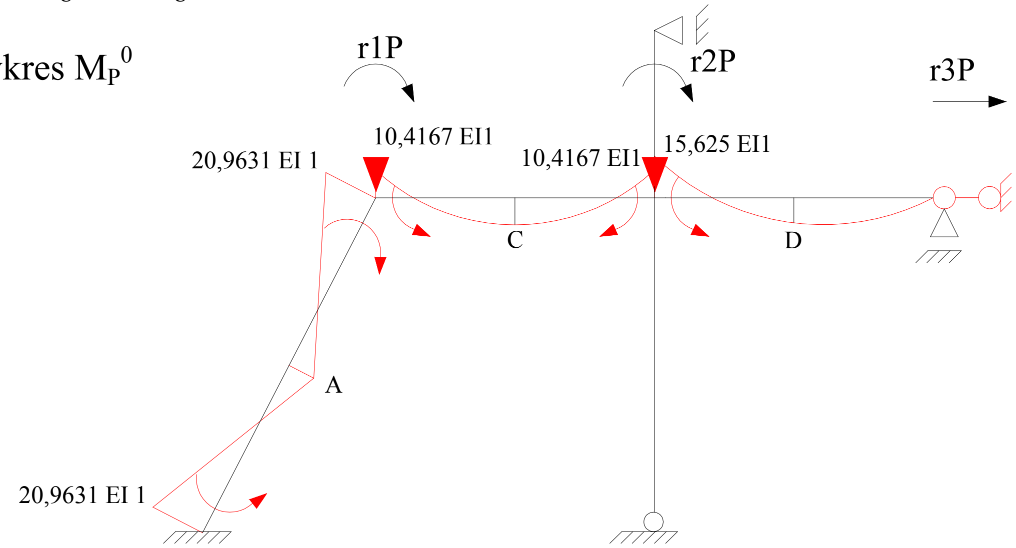
$$M_{23} = \frac{ql^2}{8} = -\frac{5 \cdot 5^2}{8} = 15{,}625 kNm$$

$$M_{32} = 0$$

$$M_{24} = M_{42} = 0$$

$$M_{25} = M_{52} = 0$$

Wykres M_P^0



Z równowagi węzłów otrzymujemy:

$$r_{1P} = -10{,}416667 + 20{,}963137 + 10 \qquad r_{2P} = -15{,}625 + 10{,}416667$$

$$r_{1P} = 20{,}54647 kNm \qquad r_{2P} = -5{,}208333 kNm$$

Korzystając z zasady pracy wirtualnej obliczam reakcje r_{3P}:

$$r_{3P} \cdot \bar{1{,}0} + (M_{01} + M_{10})\bar{\psi}_{01} + (M_{12} + M_{21})\bar{\psi}_{12} + M_{23} \cdot \bar{\psi}_{23} + 25 \cdot \overline{\Delta A} + 5 \cdot 5 \cdot \overline{\Delta C} + 5 \cdot 5 \cdot \overline{\Delta D} = 0$$

W celu obliczenia ΔA, ΔC, ΔD musimy rozwiązać łańcuch kinematyczny.

$$\Delta A = \sqrt{\Delta Ax^2 + \Delta Ay^2}$$

0A → $3 \cdot \psi_{01} = \Delta Ax$

$$\Delta Ax = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

0A ↓ $1{,}5 \cdot \psi_{01} = \Delta Ay$

$$\Delta Ay = 1{,}5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = 0{,}5590169 m$$

lub:

$$\Delta A = \psi_{01} \cdot \frac{l_{01}}{2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{6{,}708}{2} = 0{,}5590169 m$$

32C ↓ $-2{,}5\cdot\psi_{12}=\Delta C$

$$\Delta C=-2{,}5\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{4}m$$

3D ↓ $\psi_{23}=\Delta D$

$$\Delta D=0$$

$$\bar{r}_{3P}\cdot 1{,}0+(-20{,}963137+20{,}963137)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)+(-10{,}416667+10{,}416667)\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)+(-15{,}625)\cdot 0+$$

$$+\,25\cdot 0{,}5590169+5\cdot 5\cdot\frac{1}{4}+5\cdot 5\cdot 0=0$$

$$r_{3P}=-20{,}225423kN$$

Podstawiając do układu równań kanonicznych otrzymujemy:

$$\begin{cases}0{,}9458174EI_1\cdot\varphi_1+0{,}1747663\cdot EI_1\cdot\varphi_2-0{,}0966414EI_1\cdot u_3=-20{,}54647\\ 0{,}1747663,EI_1\cdot\varphi_1+2{,}111682\cdot EI_1\cdot\varphi_2+0{,}3024297EI_1\cdot u_3=5{,}208333\\ -0{,}0966414EI_1\cdot\varphi_1+0{,}3024297\cdot EI_1\cdot\varphi_2+0{,}1851762EI_1\cdot u_3=20{,}225423\end{cases}$$

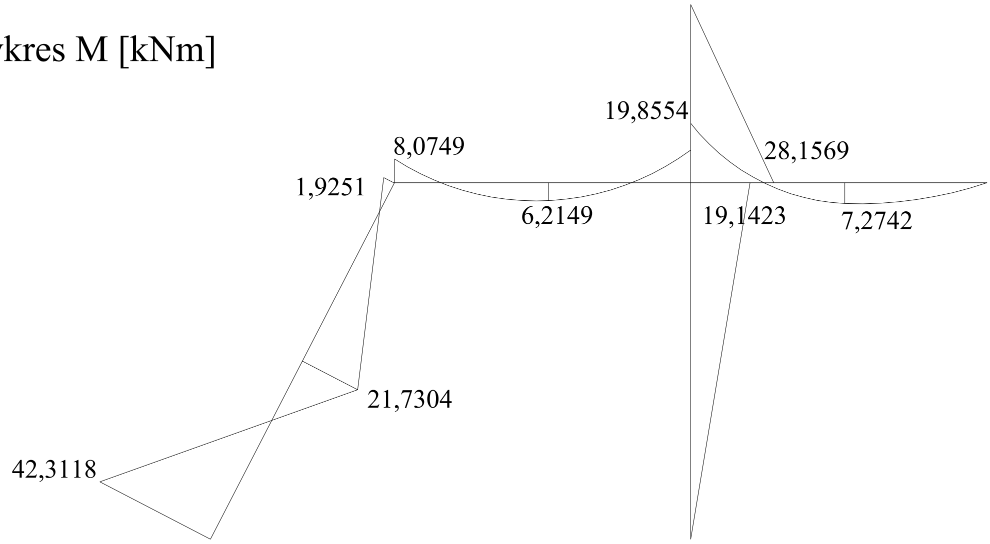
$$\begin{cases}\varphi_1=-\dfrac{5{,}16399662}{EI_1}=-0{,}0017711rad=-0{,}067443632^0\\ \varphi_2=-\dfrac{16{,}1373552}{EI_1}=-0{,}00367845rad=-0{,}210759596^0\\ u_3=\dfrac{132{,}8830737}{EI_1}=0{,}030290192m\end{cases}$$

Korzystając z zasady superpozycji obliczymy wartości momentów.

$$M_P^n=M_1\cdot\varphi_1+M_2\cdot\varphi_2+M_3\cdot u_3+M_P^0$$

$$M_{01}=0{,}2981424\cdot(-5{,}16399662)+0\cdot(-16{,}1373552)+(-0{,}1490712)\cdot(132{,}8830737)+(-20{,}963137)$$
$$M_{01}=-42{,}311783kNm$$
$$M_{10}=0{,}5962848\cdot(-5{,}16399662)+0+(-0{,}1490712)\cdot(132{,}8830737)+20{,}962137$$
$$M_{10}=-1{,}9251149kNm$$
$$M_{12}=0{,}3495326\cdot(-5{,}16399662)+0{,}1747663\cdot(-16{,}1373552)+0{,}0524298\cdot(132{,}8830737)-10{,}416667$$
$$M_{12}=-8{,}0748851kNm$$
$$M_{21}=0{,}1747663\cdot(-5{,}16399662)+0{,}3495326\cdot(-16{,}1373552)+0{,}0524298\cdot(132{,}8830737)+10{,}416667$$
$$M_{21}=10{,}840676kNm$$
$$M_{23}=0+0{,}2621494\cdot(-16{,}1373552)+0-15{,}625=-19{,}855398kNm$$
$$M_{32}=0+0+0+0=0$$
$$M_{24}=0+1\cdot(-16{,}1373552)+0{,}333333\cdot(132{,}8830737)+0=28{,}156998kNm$$
$$M_{42}=0+0+0+0=0$$
$$M_{25}=0+0{,}5\cdot(-16{,}1373552)-0{,}083333\cdot(132{,}8830737)+0=-19{,}142263kNm$$
$$M_{52}=0+0+0+0=0$$

Wykres M [kNm]



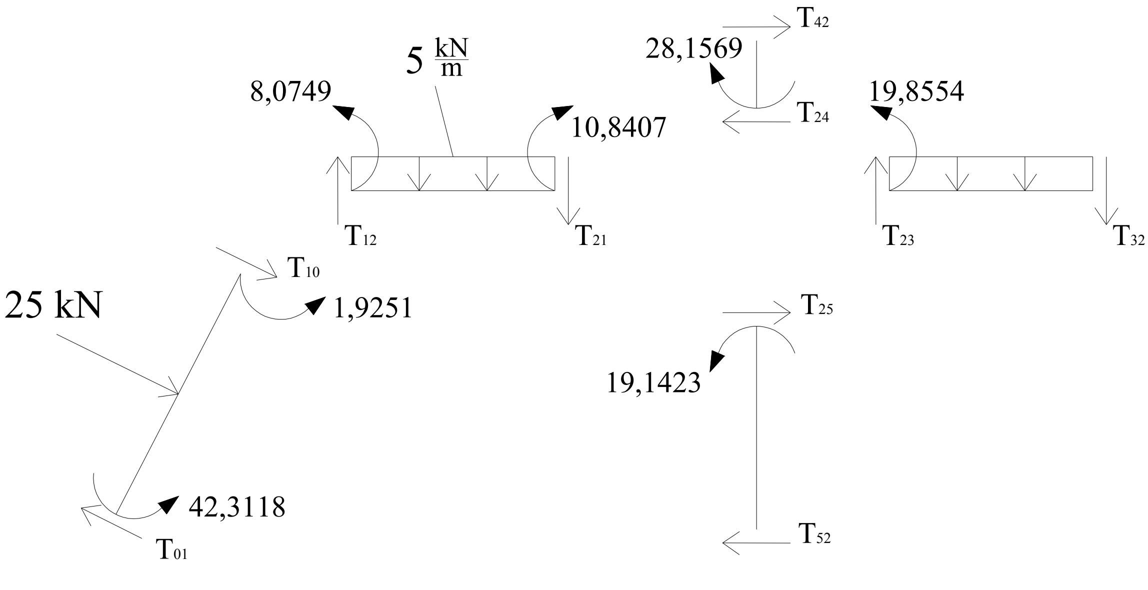
$M_S^A = 21{,}730384 kNm$ moment pod siłą skupioną

$M_{ekst} = 6{,}214912 kNm$ moment ekstremalny - pręt 1-2

$M_{ekst} = 7{,}274248 kNm$ moment ekstremalny - pręt 2-3

(wyznaczenie – patrz ostatnia strona)

WYZNACZANIE TNĄCYCH



$T_{01} \Rightarrow \sum M_1 = 0$

$T_{01} \cdot 6{,}7082039 - 42{,}311783 - 25 \cdot 3{,}354102 - 1{,}92 = 0$

$T_{01} = 19{,}093685 kN$

$T_{10} \Rightarrow \sum M_0 = 0$

$T_{10} \cdot 6{,}7082039 - 42{,}311783 + 25 \cdot 3{,}354102 - 1{,}92 = 0$

$T_{01} = -5{,}9063153 kN$

$T_{12} \Rightarrow \sum M_2 = 0$

$T_{12} \cdot 5 - 8{,}07 - 5 \cdot 5 \cdot 2{,}5 + 10{,}8 = 0$

$T_{12} = 11{,}954 kN$

$$T_{21} \Rightarrow \sum M_1 = 0$$
$$T_{21} \cdot 5 - 8{,}07 + 5 \cdot 5 \cdot 2{,}5 + 10{,}8 = 0$$
$$T_{21} = -13{,}046 kN$$

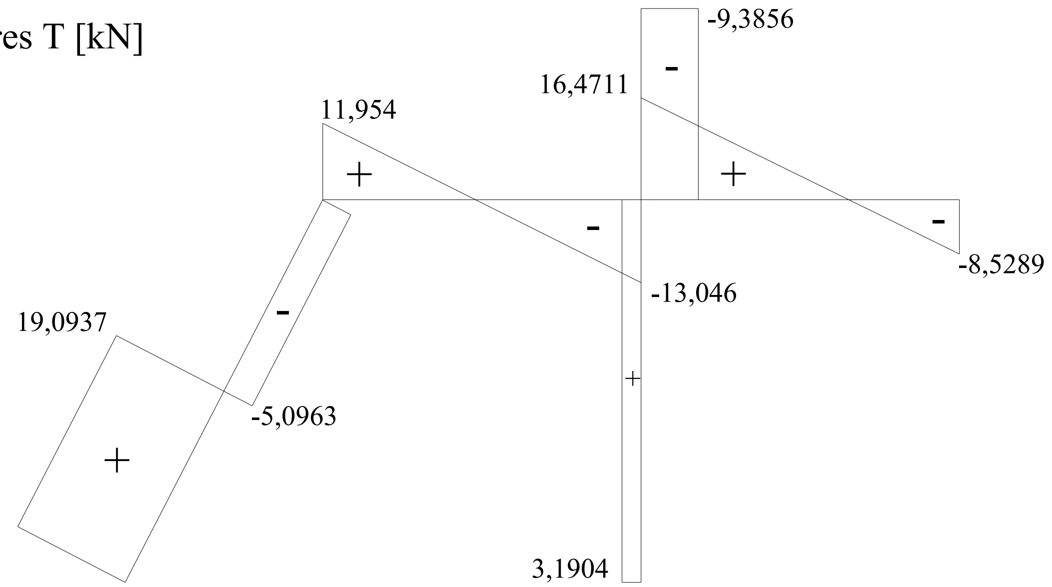
$$T_{23} \Rightarrow \sum M_3 = 0$$
$$T_{23} \cdot 5 - 19{,}855398 - 5 \cdot 5 \cdot 2{,}5 = 0$$
$$T_{23} = 16{,}47108 kN$$

$$T_{32} \Rightarrow \sum M_2 = 0$$
$$T_{32} \cdot 5 - 19{,}855398 + 5 \cdot 5 \cdot 2{,}5 = 0$$
$$T_{32} = -8{,}5289204 kN$$

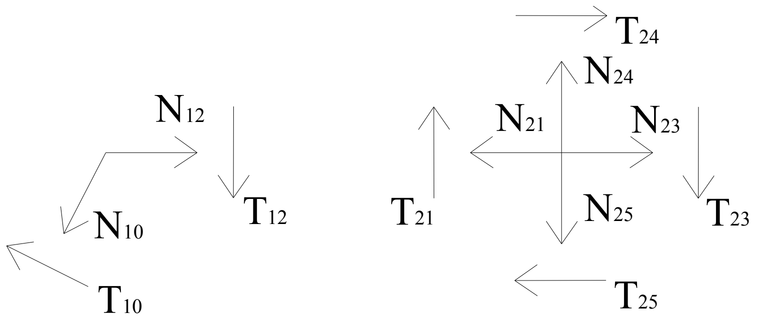
$$T_{24} \Rightarrow \sum M_4 = 0$$
$$T_{24} \cdot 3 + 28{,}156998 = 0$$
$$T_{24} = -9{,}385666 kN$$
$$T_{42} = T_{24} = -9{,}385666 kN$$

$$T_{25} \Rightarrow \sum M_5 = 0$$
$$T_{25} \cdot 6 - 19{,}142263 = 0$$
$$T_{25} = 3{,}1903772 kN$$
$$T_{52} = T_{25} = 3{,}1903772 kN$$

Wykres T [kN]



WYZNACZANIE NORMALNYCH



$$sin\,\alpha = \frac{6}{6,7082039} = 0,8944272$$
$$cos\,\alpha = \frac{3}{6,7082039} = 0,4472136$$

Węzeł 1

$\sum X = 0$

$$-T_{01}\cdot\sin\alpha - N_{10}\cos\alpha + N_{12} = 0 \quad\rightarrow\quad N_{12} = N_{21} = -12,580461kN$$

$\sum Y = 0$

$$T_{01}\cdot\cos\alpha - N_{10}\sin\alpha - T_{12} = 0 \quad\rightarrow\quad N_{01} = N_{10} = -16,318136kN$$

Węzeł 2

$\sum X = 0$

$$-N_{21} + T_{24} + N_{23} - T_{25} = 0 \quad\rightarrow\quad N_{23} = N_{32} = 0$$

Pręt 24

$\sum Y = 0$

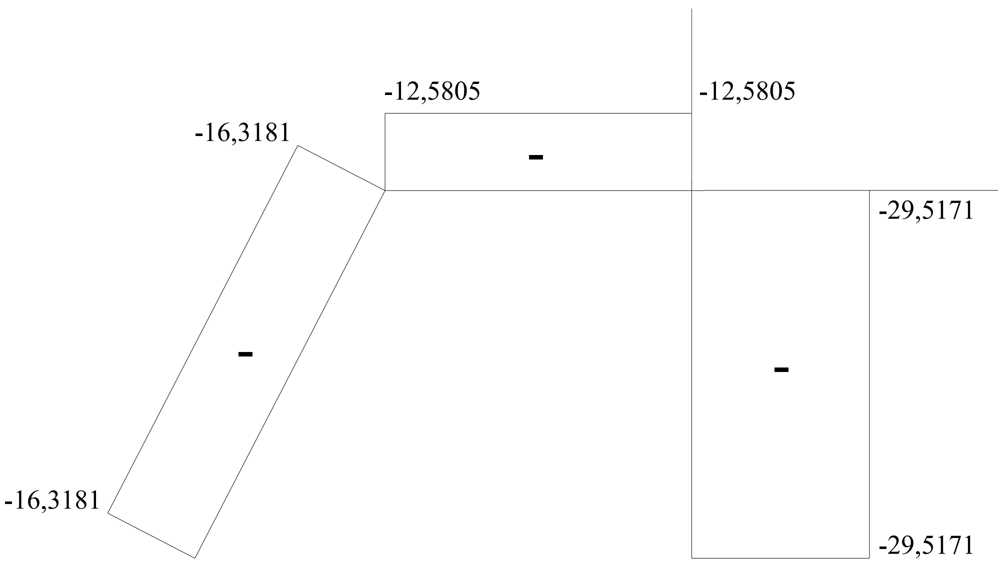
$$-N_{24} + N_{42} = 0 \quad\rightarrow\quad N_{24} = N_{42} = 0$$

Węzeł 2

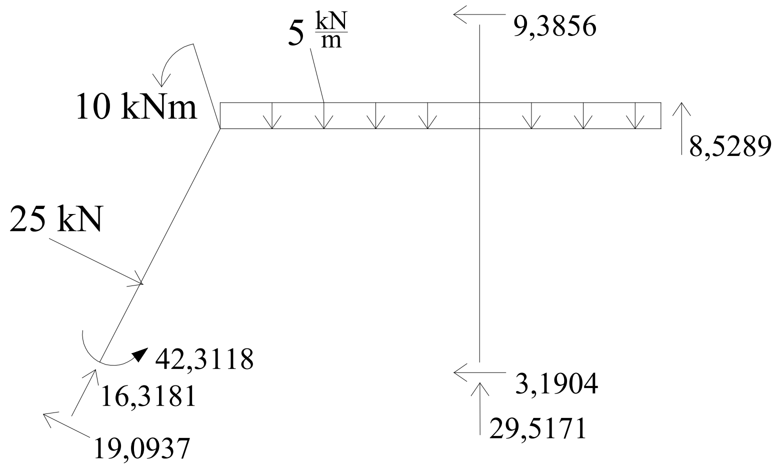
$\sum Y = 0$

$$T_{21} - T_{23} - N_{25} = 0 \quad\rightarrow\quad N_{25} = N_{52} = -29,51708kN$$

Wykres N [kN]



KONTROLA STATYCZNA



$$\sum X = 0$$

$$16{,}318136 \cdot \cos\alpha - 19{,}093685 \cdot \sin\alpha + 25 \cdot \sin\alpha - 9{,}385666 - 3{,}1903772 = 0$$

$$0{,}004 \cong 0$$

$$\sum Y = 0$$

$$-16{,}318136 \cdot \sin\alpha - 19{,}093685 \cdot \cos\alpha + 25 \cdot \cos\alpha + 50 - 8{,}5289204 - 29{,}51708 = 0$$

$$0{,}00000 \cong 0$$

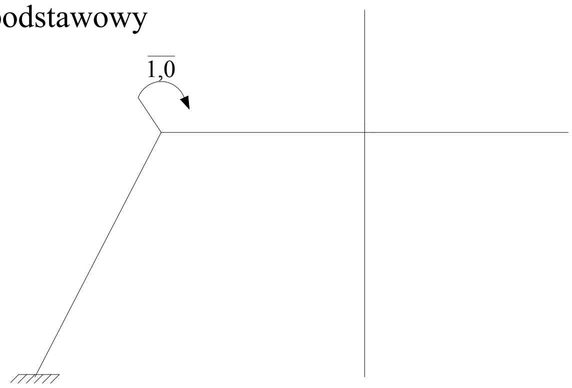
$$\sum M_0 = 0$$

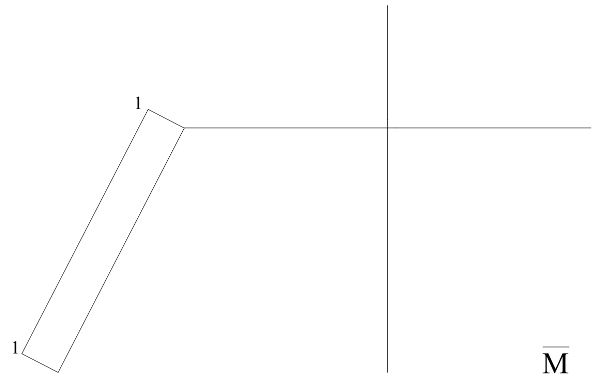
$$25 \cdot 3{,}354102 - 10 + 5 \cdot 5 \cdot 5{,}5 + 5 \cdot 5 \cdot 10{,}5 - 9{,}385666 \cdot 9 - 8{,}5289204 \cdot 13 - 29{,}51708 \cdot 8 - 42{,}311783 = 0$$

$$0{,}057163 \cong 0$$

KONTROLA KINEMATYCZNA

Układ podstawowy





$$\overline{1{,}0} \cdot \varphi_1 = \sum \int_S \frac{\overline{M} \cdot M^{(n)}}{EI_1} ds$$

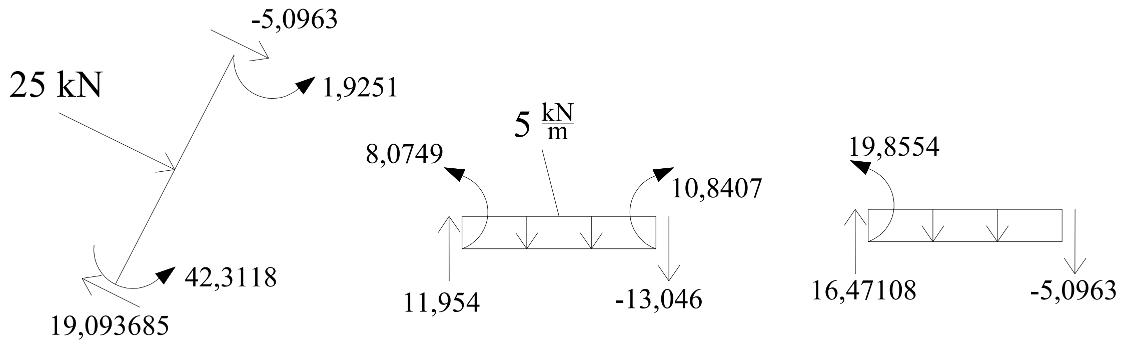
$$\overline{1{,}0} \cdot \varphi_1 = \frac{1}{EI_1}\left[\frac{3{,}354102}{6}\left(2 \cdot 1 \cdot 42{,}311783 - 2 \cdot 1 \cdot 21{,}730384 + 42{,}31783 \cdot 1 - 21{,}730384 \cdot 1\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{3{,}354102}{6}\left(2 \cdot 1 \cdot 21{,}730384 + 2 \cdot 1 \cdot 1{,}9251149 + 1 \cdot 21{,}730384 + 1 \cdot 1{,}9251149\right)\right]$$

$$\overline{1{,}0} \cdot \varphi_1 = -\frac{5{,}1554223}{EI_1} = -0{,}0011751589$$

$$-0{,}0011751589 \cong -0{,}00117711$$

Obliczam momenty w punktach A, B, C;



Moment pod siłą skupioną: $M_S^A = ?$

$$19{,}093685 \cdot 3{,}354102 - 42{,}311783 = M_S^A$$

$M_S^A = 21{,}730384 kNm$ (rozciągane włókna dolne)

Moment ekstremalny - pręt 1-2

$$T(x) = 11{,}954 - 5 \cdot x = 0 \qquad x = 2{,}3908 \Rightarrow x_e$$

$$M(x) = 11{,}954 \cdot x - 5 \cdot \frac{x^2}{2} - 8{,}0749 = 0$$

$$M(x_e) = 11{,}954 \cdot 2{,}3908 - 2{,}5 \cdot 2{,}3908^2 - 8{,}0749 = 0$$

$M(x_e) = 6{,}214912 kNm$ (rozciągane włókna dolne)

Moment ekstremalny - pręt 2-3

$$T(x) = 16{,}47108 - 5 \cdot x = 0 \qquad x = 3{,}2942 \Rightarrow x_e$$

$$M(x) = 16{,}47108 \cdot x - 5 \cdot \frac{x^2}{2} - 19{,}8554 = 0$$

$$M(x_e) = 16{,}47108 \cdot 3{,}2942 - 2{,}5 \cdot 3{,}2942^2 - 19{,}8554 = 0$$

$M(x_e) = 7{,}274248 kNm$ (rozciągane włókna dolne)

SPRAWDZENIE NAPRĘŻEŃ NORMALNYCH WYWOŁANYCH MOMENTAMI ZGINAJĄCYMI W OBU GRUPACH PRĘTÓW.

Dla prętów grupy pierwszej I_1 największy moment zginający wynosi 42,311783 kNm.
Dla prętów grupy drugiej I_2 największy moment zginający wynosi 19,855398 kNm.

I_1 200 → $I_x = 2140\ cm^4$
I_2 160 → $I_x = 935\ cm^4$

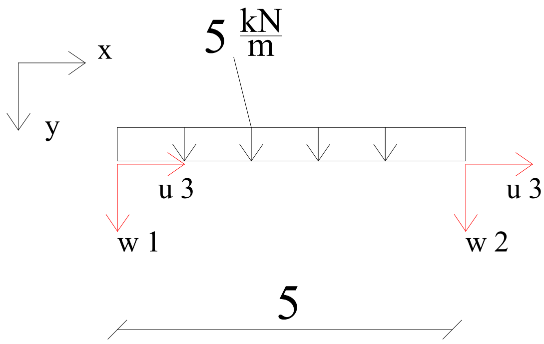
Dla prętów grupy pierwszej: $$\frac{4231{,}1783}{2140} \cdot 10 = 19{,}772 \frac{kN}{cm^2} = 197{,}72 MPa < 215 MPa$$

Dla prętów grupy drugiej: $$\frac{1985{,}5398}{935} \cdot 8 = 16{,}988 \frac{kN}{cm^2} = 169{,}88 MPa < 215 MPa$$

Naprężenia dla obu grup prętów są mniejsze od dopuszczalnych.
Wykorzystanie przekroju: pręty grupy pierwszej: 92 % ; pręty grupy drugiej: 79 %.
Nie zachodzi potrzeba zmiany przekrojów.

Gdyby zaistniała potrzeba przeprojektowania przekrojów, zmianie uległaby proporcja sztywności poszczególnych grup prętów i całe zadanie należałoby przeliczyć ponownie.

OBLICZENIE MOMENTÓW ORAZ SIŁ TNĄCYCH KORZYSTAJĄC Z RÓWNANIA RÓŻNICZKOWEGO LINII UGIĘCIA – pręt 1-2



rozwiązanie układu równań kanonicznych metody przemieszczeń (rzeczywiste przemieszczenia węzłów konstrukcji):

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\dfrac{5{,}16399662}{EI_1} \\ \varphi_2 = -\dfrac{16{,}1373552}{EI_1} \\ u_3 = \dfrac{132{,}8830737}{EI_1} \end{cases}$$

$$EI_2 \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x)$$

$$0{,}4369158 EI_1 \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = 5$$

$$0{,}4369158 EI_1 \cdot \frac{d^3 y}{dx^3} = 5 \cdot x + A \qquad = -T(x)$$

$$0{,}4369158 EI_1 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = 5 \cdot \frac{x^2}{2} + A \cdot x + B \qquad = -M(x)$$

$$0{,}4369158 EI_1 \cdot \frac{dy}{dx} = 5 \cdot \frac{x^3}{6} + A \cdot \frac{x^2}{2} + B \cdot x + C \qquad (a)$$

$$0{,}4369158 EI_1 \cdot y = 5 \cdot \frac{x^4}{24} + A \cdot \frac{x^3}{6} + B \cdot \frac{x^2}{2} + C \cdot x + D \qquad (b)$$

Warunki brzegowe (przemieszczeniowe):

x=0m 1) $\dfrac{dy}{dx} = \varphi_1 = -\dfrac{5{,}16399662}{EI_1}$

2) $y = w_1$

$w_1 = \psi_{12} \cdot l_{12}$ (przemieszczenie zgodne z osią y $\Rightarrow \oplus$)

$$\psi_{12} = \frac{u_3}{10} = \frac{0{,}030290192}{10} = 0{,}003029019$$

$$w_1 = 0{,}003029019 \cdot 5 = 0{,}0151450 m$$

x=5m 3) $\dfrac{dy}{dx} = \varphi_2 = -\dfrac{16{,}1373552}{EI_1}$

4) $y = w_2 = 0$

Podstawiając warunki brzegowe do równań *(a)* i *(b)* otrzymujemy wartości stałych całkowania:

C=-2,2562317

$$0{,}4369158 \cdot EI_1 \cdot 0{,}015145 = D \quad \Rightarrow \quad D = 29{,}029173$$

$$\begin{cases} -7{,}0506654 = 104{,}16667 + A \cdot 12{,}5 + B \cdot 5 - 2{,}2562317 \\ 0 = 130{,}20833 + A \cdot 20{,}83333 + B \cdot 12{,}5 - 11{,}281159 + 29{,}029173 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -11{,}946852 \\ B = 8{,}0749101 \end{cases}$$

Stąd otrzymujemy równania T(x) i M(x):

$$T(x) = -5 \cdot x + 11{,}946852$$

$$M(x) = -5 \cdot \frac{x^2}{2} + 11{,}946852 \cdot x - 8{,}0749101$$

T(x) obliczone metodą równań różniczkowych: T(x) obliczone metodą przemieszczeń:

$$T(0) = 11{,}946852kN \cong T(0) = 11{,}954kN$$

$$T(5) = -13{,}053148kN \cong T(5) = -13{,}046kN$$

M(x) obliczone metodą równań różniczkowych: M(x) obliczone metodą przemieszczeń:

$$M(0) = -8{,}0749101kNm \cong M(0) = -8{,}0748851kNm$$

$$M(5) = -10{,}84065kNm \cong M(5) = 10{,}840676kNm$$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

rozciąga włókna górne rozciąga włókna górne