

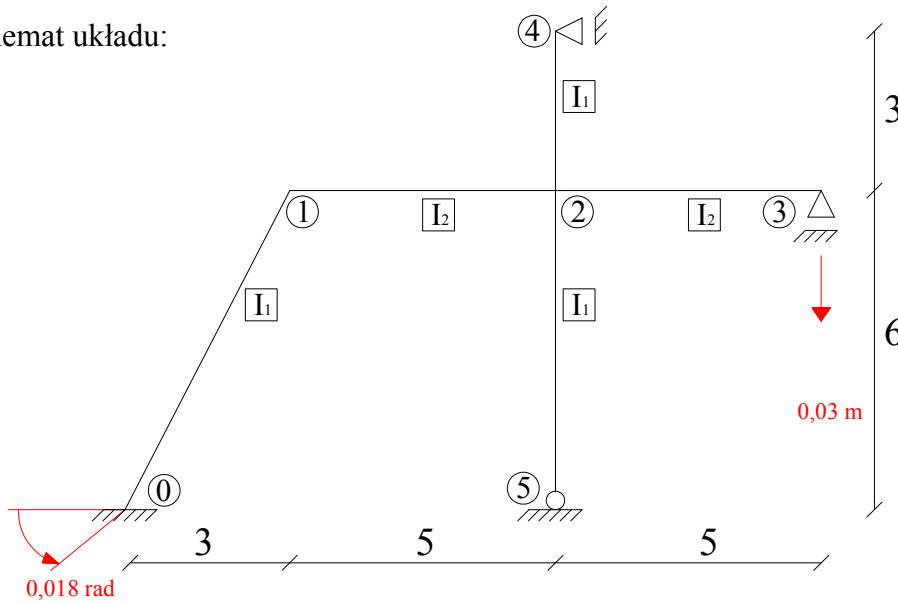
Politechnika Poznańska
 Instytut Konstrukcji Budowlanych
 Zakład Mechaniki Budowli

Projekt wykonał: Krzysztof Matyński
 Konsultacje: mgr inż. Anita Kaczor

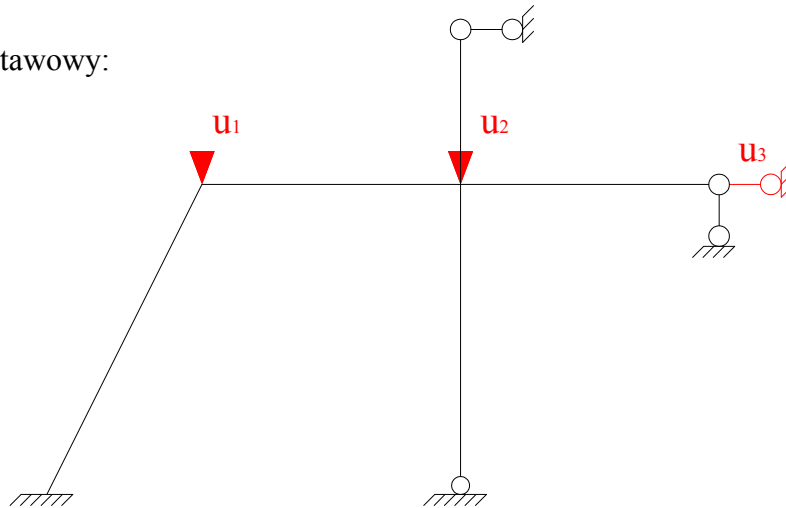
OBLICZENIE RAMY METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

Wpływ osiadania odpór

Schemat układu:



Układ podstawowy:



Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń

$$\begin{cases} r_{11} \cdot \varphi_1 + r_{12} \cdot \varphi_2 + r_{13} \cdot u_3 + r_{1\Delta} = 0 \\ r_{21} \cdot \varphi_1 + r_{22} \cdot \varphi_2 + r_{23} \cdot u_3 + r_{2\Delta} = 0 \\ r_{31} \cdot \varphi_1 + r_{32} \cdot \varphi_2 + r_{33} \cdot u_3 + r_{3\Delta} = 0 \end{cases}$$

Niewiadome: $\varphi_1, \varphi_2, u_3$

Ponieważ układ podstawowy jest taki sam jak dla ramy obliczonej dla sił zewnętrznych macierz sztywności r_{ik} pozostaje taka sama. Pozostaje tylko obliczyć wektor $r_{i\Delta}$.

Z równań łańcucha kinematycznego:

$$325 \downarrow \quad 0,03 - \psi_{32} \cdot 5 + \psi_{25} \cdot 0 = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{32} = 0,006 \text{ rad}$$

$$\psi_{01} = \psi_{12} = \psi_{24} = \psi_{25} = 0$$

Korzystając ze wzorów transformacyjnych obliczam momenty przęsłowe przywęzłowe:

$$M_{01}^{\Delta} = \frac{2EI_1}{l}(2\varphi_0 + \varphi_1 - 3\psi_{01}) = \frac{2EI_1}{6,7082039}(2 \cdot (-0,018) + 0 - 3 \cdot 0) = -0,0107331EI_1$$

$$M_{10}^{\Delta} = \frac{2EI_1}{l}(2\varphi_1 + \varphi_0 - 3\psi_{01}) = \frac{2EI_1}{6,7082039}(2 \cdot 0 - 0,0018 - 3 \cdot 0) = -0,0053665633EI_1$$

$$M_{12}^{\Delta} = M_{21}^{\Delta} = 0$$

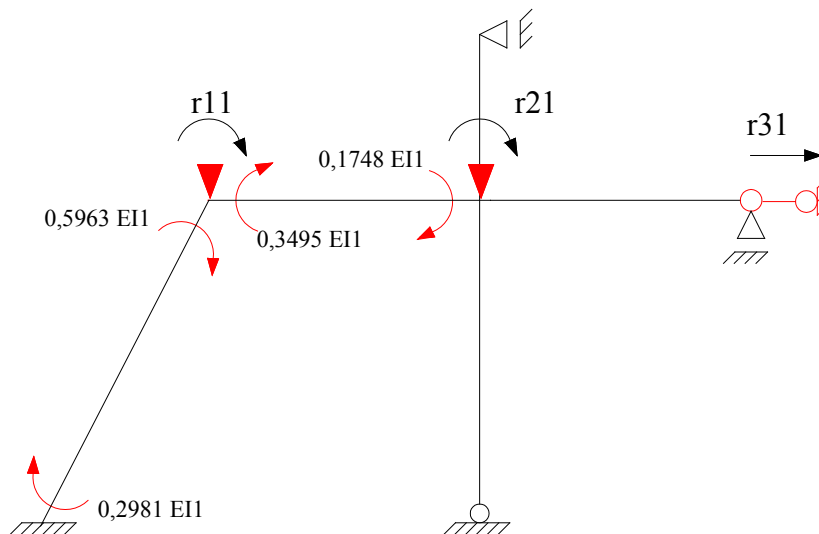
$$M_{23}^{\Delta} = \frac{3EI_2}{5}(0 - 0,006) = -0,0015728969EI_1$$

$$M_{32}^{\Delta} = 0$$

$$M_{24}^{\Delta} = M_{42}^{\Delta} = 0$$

$$M_{25}^{\Delta} = M_{52}^{\Delta} = 0$$

Wykres M^{Δ}



Z równowagi węzłów otrzymujemy:

$$r_{1\Delta} = -0,0053665633 \text{ kNm}$$

$$r_{2\Delta} = -0,0015728969 \text{ kNm}$$

Korzystając z zasady pracy wirtualnej obliczam reakcje r_{31} :

$$r_{3\Delta} \cdot 1,0 + (M_{01}^{\Delta} + M_{10}^{\Delta}) \cdot \psi_{01} + (M_{23}^{\Delta}) \cdot \psi_{23} = 0$$

$$r_{3\Delta} \cdot 1,0 + (-0,0107331 - 0,0053665633) \cdot \frac{1}{6} + (-0,0015728969) \cdot 0 = 0$$

$$r_{3\Delta} = 0,0026832667 \text{ kN}$$

Podstawiając do układu równań kanonicznych otrzymujemy:

$$\begin{cases} 0,9458174EI_1 \cdot \varphi_1 + 0,1747663 \cdot EI_1 \cdot \varphi_2 - 0,0966414EI_1 \cdot u_3 = 0,0053665633 \\ 0,1747663 \cdot EI_1 \cdot \varphi_1 + 2,111682 \cdot EI_1 \cdot \varphi_2 + 0,3024297EI_1 \cdot u_3 = 0,0015728969 \\ -0,0966414EI_1 \cdot \varphi_1 + 0,3024297 \cdot EI_1 \cdot \varphi_2 + 0,1851762EI_1 \cdot u_3 = -0,0026832667 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = 0,0033154027rad = 0,189958584^{\circ} \\ \varphi_2 = 0,0029995296rad = 0,171860387^{\circ} \\ u_3 = -0,0176589020m \end{cases}$$

Korzystając z zasady superpozycji obliczymy wartości momentów.

$$M_P^{\Delta} = M_1 \cdot \varphi_1 + M_2 \cdot \varphi_2 + M_3 \cdot u_3 + M^{\Delta}$$

$$M_{01}^{\Delta} = -31,201355kNm$$

$$M_{10}^{\Delta} = -3,321859kNm$$

$$M_{12}^{\Delta} = 3,321859kNm$$

$$M_{21}^{\Delta} = 3,079680kNm$$

$$M_{23}^{\Delta} = -3,450691kNm$$

$$M_{32}^{\Delta} = 0$$

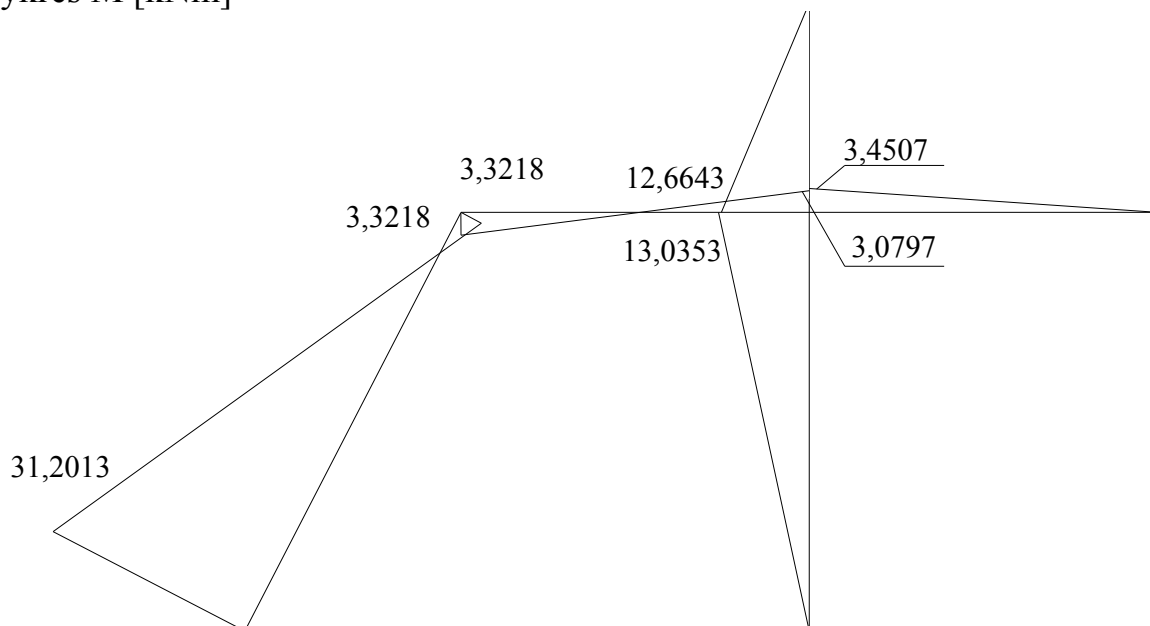
$$M_{24}^{\Delta} = -12,664262kNm$$

$$M_{42}^{\Delta} = 0$$

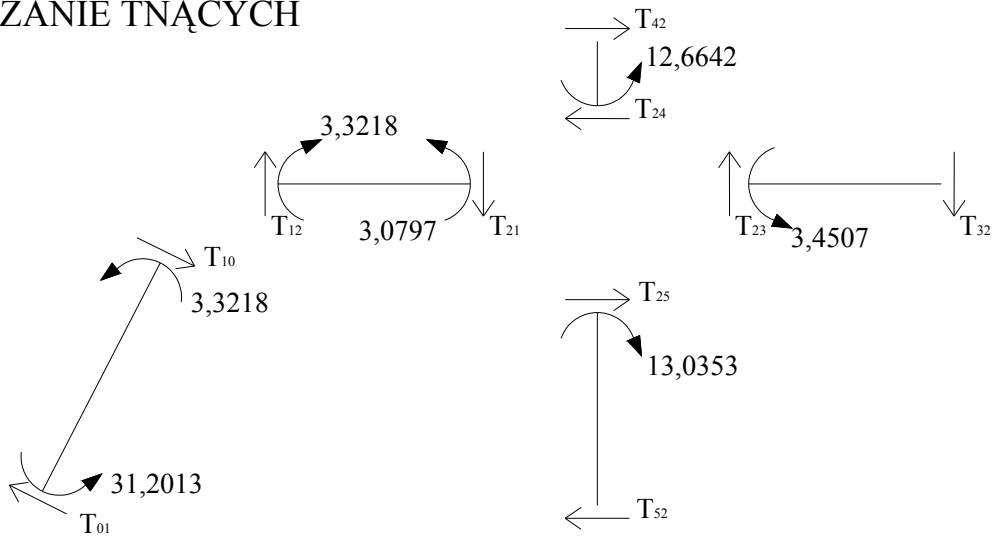
$$M_{25}^{\Delta} = 13,035266kNm$$

$$M_{52}^{\Delta} = 0$$

Wykres M [kNm]



WYZNACZANIE TNĄCYCH



$$T_{01} \Rightarrow \sum M_1 = 0$$

$$T_{01} \cdot 6,7082039 - 31,201355 - 3,321859 = 0$$

$$T_{01} = 5,146417 \text{ kN}$$

$$T_{10} = T_{01} = 5,146417$$

$$T_{12} \Rightarrow \sum M_2 = 0$$

$$T_{12} \cdot 5 + 3,321859 + 3,07968 = 0$$

$$T_{12} = -1,280308 \text{ kN}$$

$$T_{21} = T_{12} = -1,280308 \text{ kN}$$

$$T_{23} \Rightarrow \sum M_3 = 0$$

$$T_{23} \cdot 5 - 3,450631 = 0$$

$$T_{23} = 0,690138 \text{ kN}$$

$$T_{32} = T_{23} = 0,690138 \text{ kN}$$

$$T_{42} = T_{24} = 4,221421 \text{ kN}$$

$$T_{24} \Rightarrow \sum M_4 = 0$$

$$T_{24} \cdot 3 - 12,664262 = 0$$

$$T_{24} = 4,221421 \text{ kN}$$

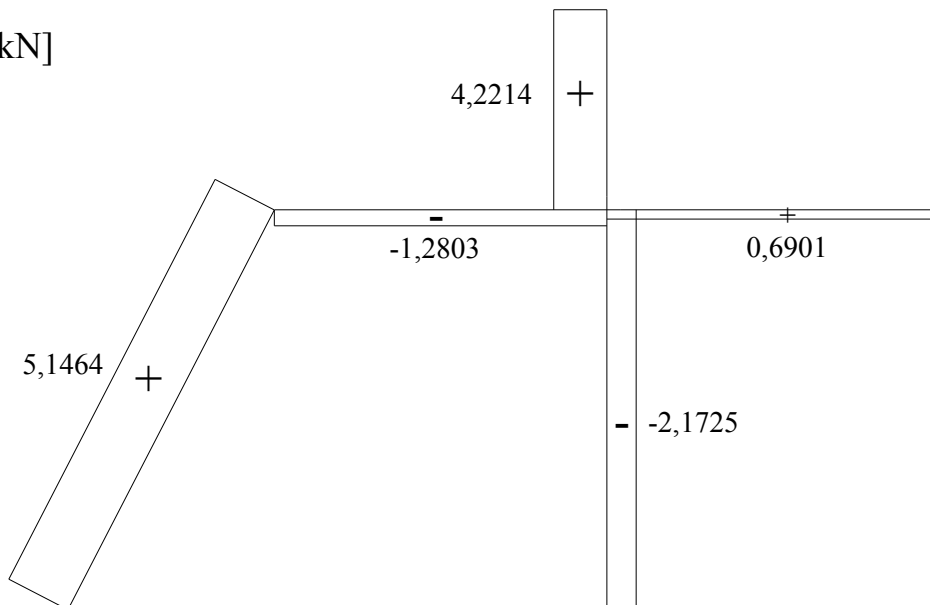
$$T_{25} \Rightarrow \sum M_5 = 0$$

$$T_{25} \cdot 6 + 13,035266 = 0$$

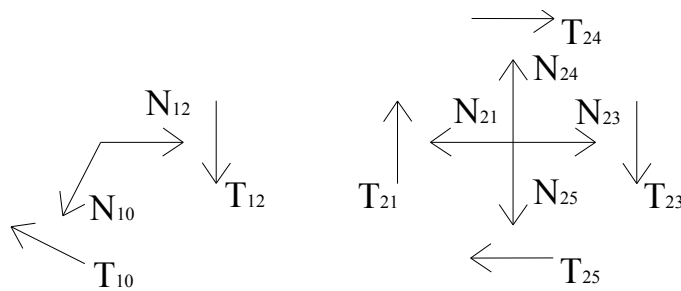
$$T_{25} = -2,1725443 \text{ kN}$$

$$T_{52} = T_{25} = -2,1725443 \text{ kN}$$

Wykres T [kN]



WYZNACZANIE SIŁ NORMALNYCH



$$\sin \alpha = \frac{6}{6,7082039} = 0,8944272$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{6,7082039} = 0,4472136$$

Węzeł 1

$$\sum X = 0 \quad -5,146417 \cdot \sin \alpha - N_{10} \cos \alpha + N_{12} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{12} = N_{21} = 6,394023 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \quad 5,146417 \cdot \cos \alpha - N_{10} \sin \alpha - T_{12} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{01} = N_{10} = -4,004636 \text{ kN}$$

Pręt 23

$$\sum X = 0 \quad N_{23} = N_{32} = 0$$

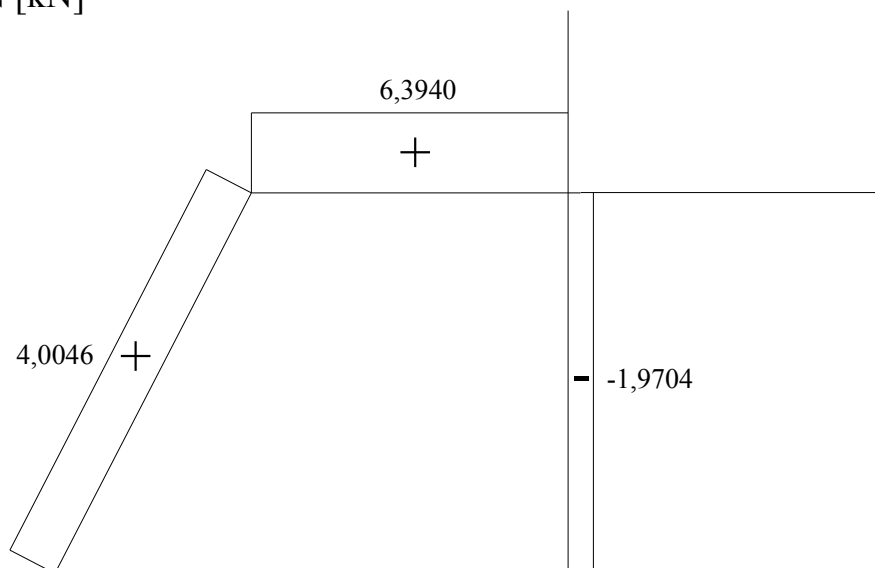
Pręt 24

$$\sum Y = 0 \quad N_{24} = N_{42} = 0$$

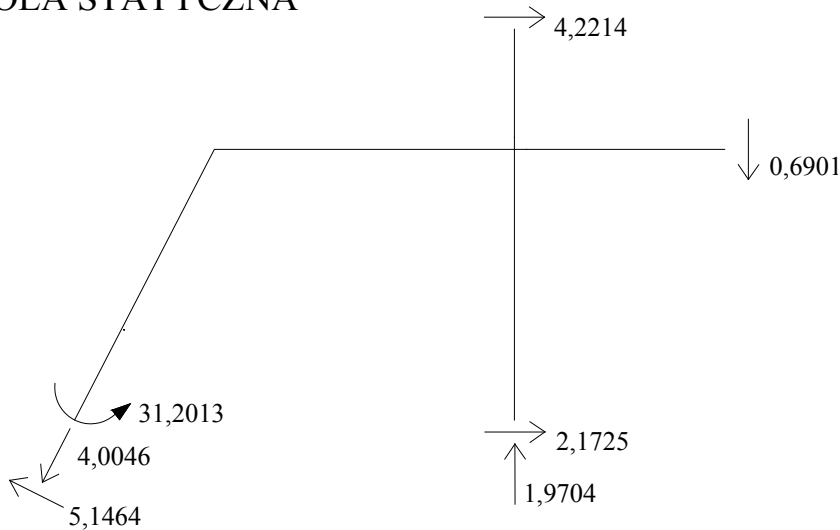
Węzeł 2

$$\sum Y = 0 \quad -T_{21} + T_{23} + N_{25} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{25} = -1,970446 \text{ kN}$$

Wykres N [kN]



KONTROLA STATYCZNA



$$\sum X = 0$$

$$-4,004636 \cdot \cos \alpha - 5,146417 \cdot \sin \alpha + 4,221421 + 2,1725443 = 0$$

$$-0,000058 \cong 0$$

$$\sum Y = 0$$

$$4,004636 \cdot \sin \alpha - 5,146417 \cdot \cos \alpha - 1,970446 + 0,690138 = 0$$

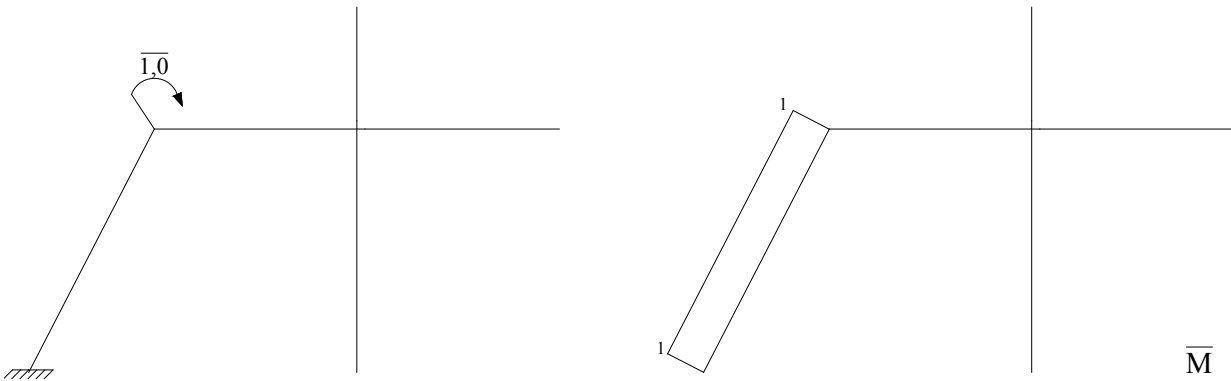
$$0 = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$

$$-31,201355 + 4,221421 \cdot 9 + 0,690138 \cdot 13 - 1,970446 \cdot 8 = 0$$

$$-0,000341 \cong 0$$

KONTROLA KINEMATYCZNA



$$\bar{1},0 \cdot \varphi_1 = \sum \int_s \frac{\bar{M} \cdot M^{(n)}}{EI_1} ds - \bar{R} \cdot \Delta$$

$$\bar{1},0 \cdot \varphi_1 = \frac{1}{EI_1} \left[\frac{6,7082039}{6} (2 \cdot 1 \cdot 31,201355 - 2 \cdot 1 \cdot 3,321859 + 31,201355 \cdot 1 - 3,321859 \cdot 1) \right] - 0,018 \cdot 1$$

$$\varphi_1 = 0,0213154026 - 0,018 = 0,0033154026 rad$$

$$0,0033154026 rad \cong 0,0033154027 rad$$