

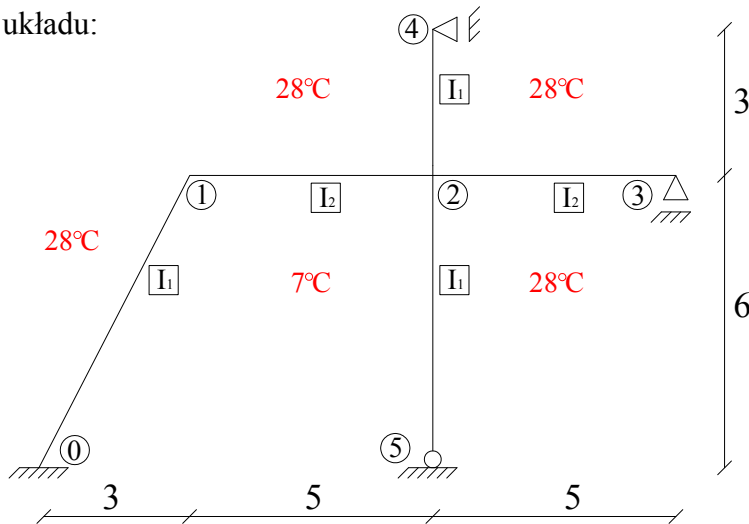
Politechnika Poznańska
Instytut Konstrukcji Budowlanych
Zakład Mechaniki Budowli

Projekt wykonał: Krzysztof Matyński
Konsultacje: mgr inż. Anita Kaczor

OBLICZENIE RAMY METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

Wpływ temperatury

Schemat układu:



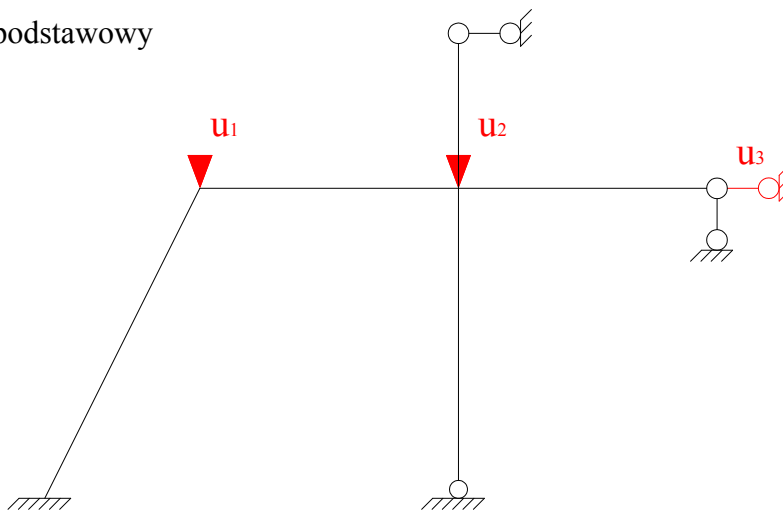
$$t_0^{(01;12;25)} = (t_{sr} - t_m) = 7,5^{\circ}C$$

$$t_0^{(23;24)} = 18^{\circ}C$$

$$|\Delta t|^{(01;12;25)} = |(t_w - t_z)| = 21^{\circ}C$$

$$|\Delta t|^{(23;24)} = 0^{\circ}C$$

Układ podstawowy



Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń

$$\begin{cases} r_{11} \cdot \varphi_1 + r_{12} \cdot \varphi_2 + r_{13} \cdot u_3 + r_{1t} = 0 \\ r_{21} \cdot \varphi_1 + r_{22} \cdot \varphi_2 + r_{23} \cdot u_3 + r_{2t} = 0 \\ r_{31} \cdot \varphi_1 + r_{32} \cdot \varphi_2 + r_{33} \cdot u_3 + r_{3t} = 0 \end{cases}$$

Niewiadome: $\varphi_1, \varphi_2, u_3$

Ponieważ układ podstawowy jest taki sam jak dla ramy obliczonej dla sił zewnętrznych macierz sztywności r_{ik} pozostaje taka sama. Pozostaje tylko obliczyć wektor r_{it} .

Wpływ nierównomiernego ogrzania o Δt :

Korzystając ze wzorów transformacyjnych obliczam momenty przęsłowe przywęzłowe

$$EI_1 \cdot \alpha_t = 4387 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 0,052644 \text{ kNm}^2 / ^\circ \text{C}$$

$$EI_2 \cdot \alpha_t = 1916,75 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 0,023001 \text{ kNm}^2 / ^\circ \text{C}$$

$$M_{01}^{\Delta t} = EI_1 \cdot \alpha_t \cdot \frac{|\Delta t|}{h} = 0,052644 \cdot \frac{21}{0,2} = 5,52762 \text{ kNm}$$

$$M_{10}^{\Delta t} = -EI_1 \cdot \alpha_t \cdot \frac{|\Delta t|}{h} = -0,052644 \cdot \frac{21}{0,2} = -5,52762 \text{ kNm}$$

$$M_{12}^{\Delta t} = 0,023001 \cdot \frac{21}{0,16} = 3,0188813 \text{ kNm}$$

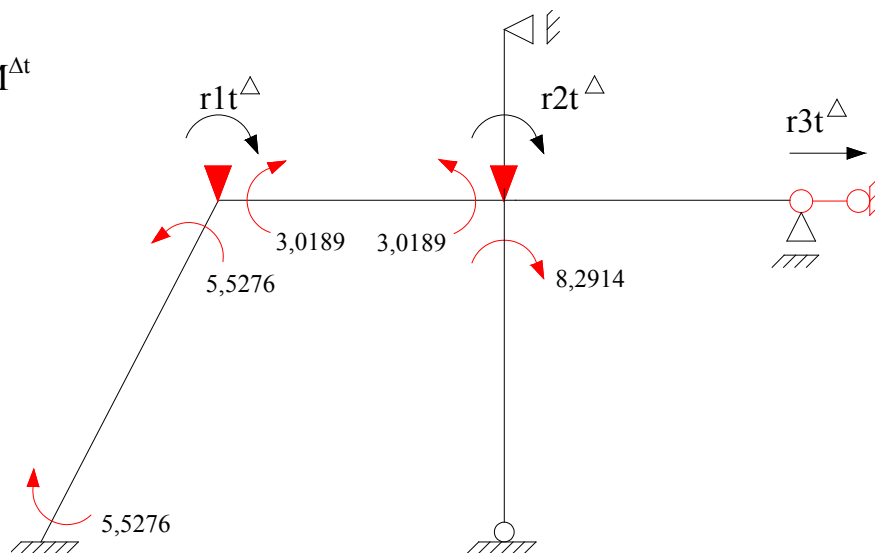
$$M_{21}^{\Delta t} = -0,023001 \cdot \frac{21}{0,16} = -3,0188813 \text{ kNm}$$

$$M_{23}^{\Delta t} = M_{32}^{\Delta t} = 0$$

$$M_{24}^{\Delta t} = M_{42}^{\Delta t} = 0$$

$$M_{25}^{\Delta t} = \frac{3}{2} \cdot EI_1 \cdot \alpha_t \cdot \frac{\Delta t}{h} = \frac{3}{2} \cdot 0,052644 \cdot \frac{21}{0,2} = 8,29143 \text{ kNm}$$

$$M_{52}^{\Delta t} = 0$$

Wykres $M^{\Delta t}$ Wpływ równomiernego ogrzania o t_0 :

Równania łańcucha kinematycznego:

$$325 \rightarrow \quad \psi_{23} \cdot 0 - 5 \cdot \alpha_t \cdot |t_0| - \psi_{25} \cdot 6 + 0 = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{25} = -0,00018$$

$$0125 \downarrow \quad \psi_{01} \cdot 3 - 6 \cdot \alpha_t \cdot |t_0| + \psi_{12} \cdot 5 + 0 - \psi_{25} \cdot 0 + 6 \cdot \alpha_t \cdot |t_0| = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{12} = 0,000036$$

$$425 \rightarrow \quad -\psi_{24} \cdot 3 + 0 - \psi_{25} \cdot 6 + 0 = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{24} = 0,00036$$

$$325 \downarrow \quad -\psi_{23} \cdot 5 + 0 - \psi_{25} \cdot 0 + 6 \cdot \alpha_t \cdot |t_0| = 0 \quad \rightarrow \quad \psi_{23} = 0,000108$$

$$0125 \rightarrow \quad \psi_{01} \cdot 6 + 3 \cdot \alpha_t \cdot |t_0| + \psi_{12} \cdot 0 + 5 \cdot \alpha_t \cdot |t_0| - \psi_{25} \cdot 6 + 0 = 0$$

$$\psi_{01} \cdot 6 + 22,5 \cdot \alpha_t + 37,5 \cdot \alpha_t - \psi_{25} \cdot 6 = 0$$

$$\psi_{01} - \psi_{25} = 10\alpha_t \quad \rightarrow \quad \psi_{01} = -0,00006$$

Korzystając ze wzorów transformacyjnych obliczam momenty przęsłowe przywęzłowe:

$$M_{01}^{t_0} = \frac{2EI_1}{6,7082039} (-3 \cdot (-0,00006)) = 0,2354311kNm$$

$$M_{10}^{t_0} = 0,2354311kNm$$

$$M_{12}^{t_0} = M_{21}^{t_0} = -0,1895184kNm$$

$$M_{23}^{t_0} = -0,2842776kNm$$

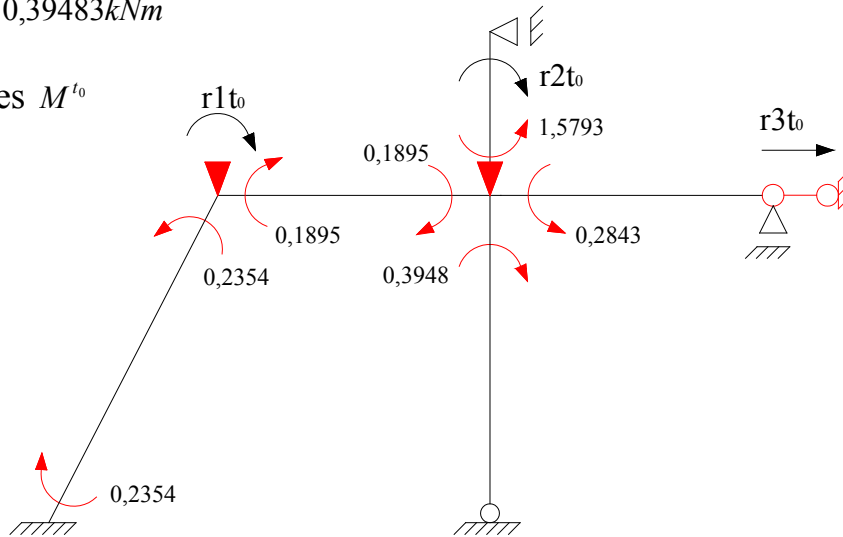
$$M_{32}^{t_0} = 0$$

$$M_{24}^{t_0} = -1,57932kNm$$

$$M_{42}^{t_0} = 0$$

$$M_{25}^{t_0} = 0,39483kNm$$

Wykres M^{t_0}



Korzystając z zasady superpozycji obliczam M^t :

$$M^t = M^{\Delta t} + M^{t_0}$$

$$M_{01}^t = 5,7630511kNm$$

$$M_{10}^t = -5,2921889kNm$$

$$M_{12}^t = 2,8293629kNm$$

$$M_{21}^t = -3,2083997kNm$$

$$M_{23}^t = -0,2842776kNm$$

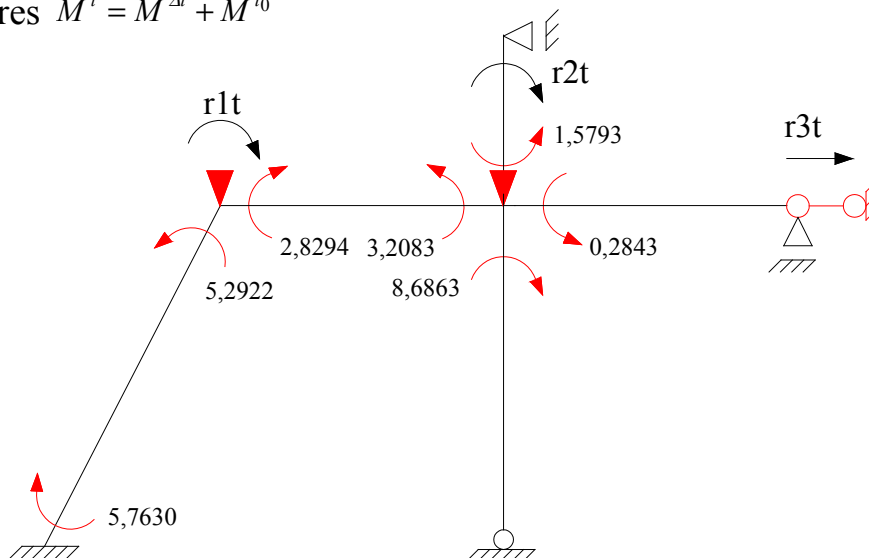
$$M_{32}^t = 0$$

$$M_{24}^t = -1,57932kNm$$

$$M_{42}^t = 0$$

$$M_{25}^t = 8,68626kNm$$

Wykres $M^t = M^{\Delta t} + M^{t_0}$



Z równowagi węzłów otrzymujemy:

$$r_{1t} = -2,462826 \text{ kNm}$$

$$r_{2t} = 3,6142627 \text{ kNm}$$

Korzystając z zasady pracy wirtualnej obliczam reakcję r_{3t} :

$$r_{3t} \cdot 1,0 + (5,7630511 - 5,2921889) \cdot \frac{1}{6} + (2,8293629 - 3,2083997) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) + (-0,2842776) \cdot 0 + (-1,57932) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + (8,68626) \cdot \frac{1}{6} = 0$$

$$r_{3t} = -2,0905306 \text{ kN}$$

Podstawiając do układu równań kanonicznych otrzymujemy:

$$\begin{cases} 0,9458174EI_1 \cdot \varphi_1 + 0,1747663 \cdot EI_1 \cdot \varphi_2 - 0,0966414EI_1 \cdot u_3 = 2,462826 \\ 0,1747663, EI_1 \cdot \varphi_1 + 2,111682 \cdot EI_1 \cdot \varphi_2 + 0,3024297EI_1 \cdot u_3 = -3,6142627 \\ -0,0966414EI_1 \cdot \varphi_1 + 0,3024297 \cdot EI_1 \cdot \varphi_2 + 0,1851762EI_1 \cdot u_3 = 2,0905306 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = 0,00137784 \text{ rad} = 0,07894441^\circ \\ \varphi_2 = -0,0012736 \text{ rad} = -0,07297273^\circ \\ u_3 = 0,00537252 \text{ m} \end{cases}$$

Korzystając z zasady superpozycji obliczymy wartości momentów.

$$M_P^t = M_1 \cdot \varphi_1 + M_2 \cdot \varphi_2 + M_3 \cdot u_3 + M^t$$

$$M_{01}^t = 4,051699 \text{ kNm}$$

$$M_{32}^t = 0$$

$$M_{10}^t = -5,201394 \text{ kNm}$$

$$M_{24}^t = 0,689755 \text{ kNm}$$

$$M_{12}^t = 5,201394 \text{ kNm}$$

$$M_{42}^t = 0$$

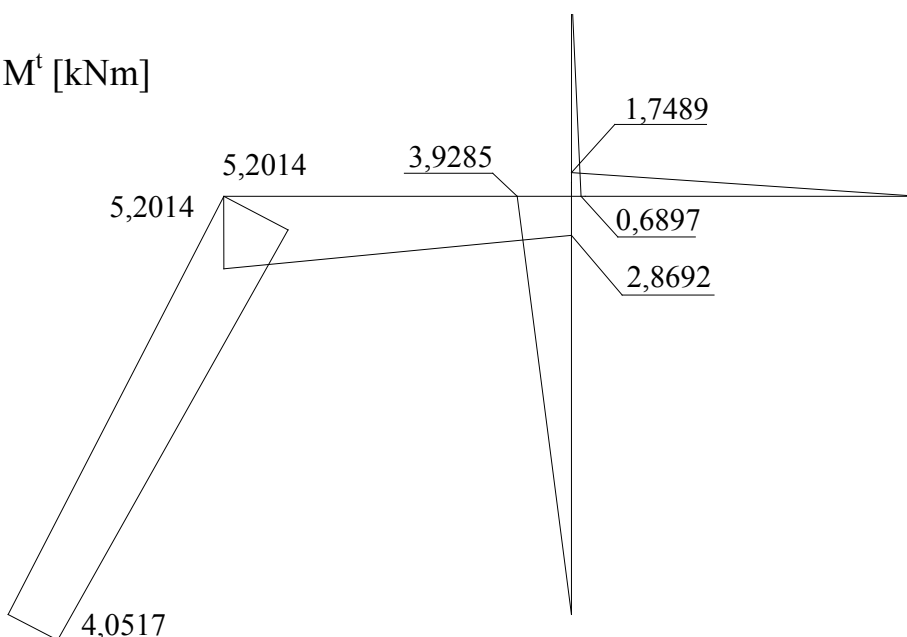
$$M_{21}^t = -2,869238 \text{ kNm}$$

$$M_{25}^t = 3,928482 \text{ kNm}$$

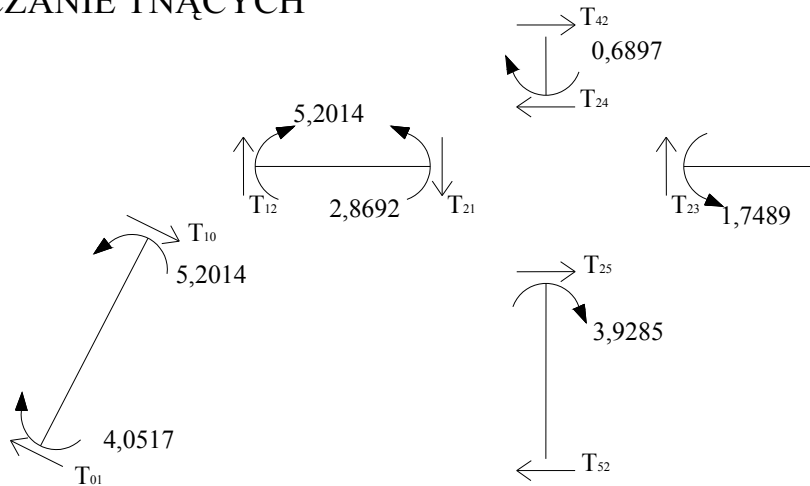
$$M_{23}^t = -1,748997 \text{ kNm}$$

$$M_{52}^t = 0$$

Wykres M^t [kNm]



WYZNACZANIE TNĄCYCH



$$T_{01} = T_{10} \Rightarrow \sum M_0 = 0$$

$$T_{10} \cdot 6,7082039 + 4,051699 - 5,201394 = 0$$

$$T_{01} = T_{10} = 0,1713864 \text{ kN}$$

$$T_{12} = T_{21} \Rightarrow \sum M_1 = 0$$

$$T_{21} \cdot 5 + 5,201394 - 2,869238 = 0$$

$$T_{12} = T_{21} = -0,4664312 \text{ kN}$$

$$T_{23} = T_{32} \Rightarrow \sum M_2 = 0$$

$$T_{32} \cdot 5 - 1,748997 = 0$$

$$T_{23} = T_{32} = 0,3497994 \text{ kN}$$

$$T_{24} = T_{42} \Rightarrow \sum M_2 = 0$$

$$T_{42} \cdot 3 + 0,689755 = 0$$

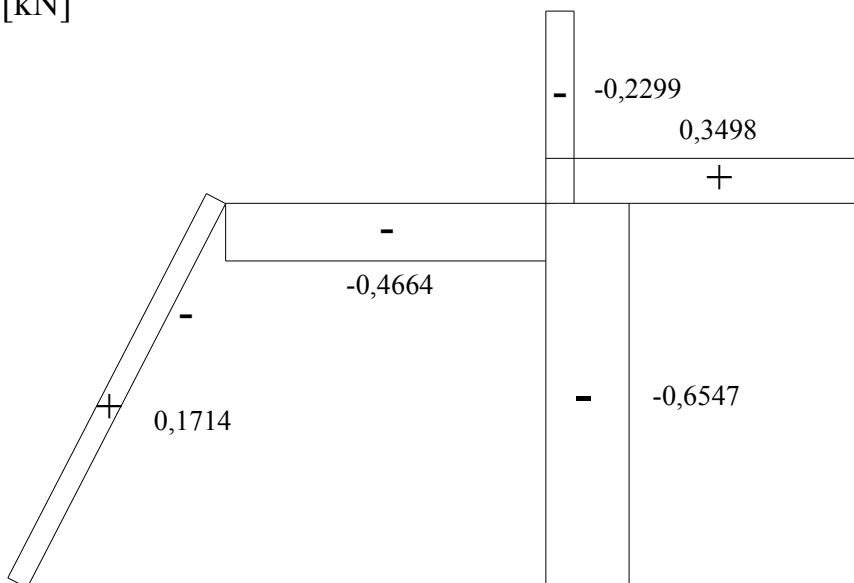
$$T_{24} = T_{42} = -0,2299183 \text{ kN}$$

$$T_{25} = T_{52} \Rightarrow \sum M_2 = 0$$

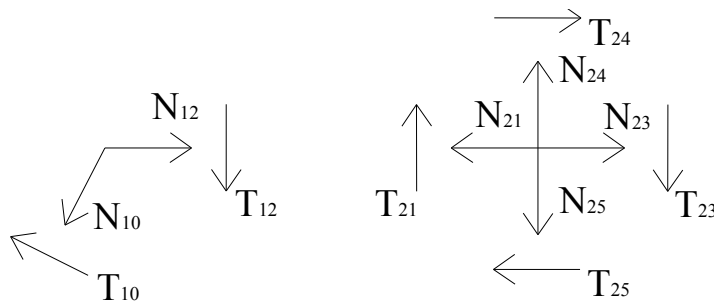
$$T_{52} \cdot 6 + 3,928482 = 0$$

$$T_{25} = T_{52} = -0,654747 \text{ kN}$$

Wykres T^t [kN]



WYZNACZANIE NORMALNYCH



$$\sin \alpha = \frac{6}{6,7082039} = 0,8944272$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{6,7082039} = 0,4472136$$

Węzeł 1

$$\sum X = 0 \quad -T_{01} \cdot \sin \alpha - N_{10} \cos \alpha + N_{12} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{12} = N_{21} = 0,4248314 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \quad T_{01} \cdot \cos \alpha - N_{10} \sin \alpha - T_{12} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{01} = N_{10} = 0,6071791 \text{ kN}$$

Pręt 24

$$\sum Y = 0 \quad N_{24} = N_{42} = 0$$

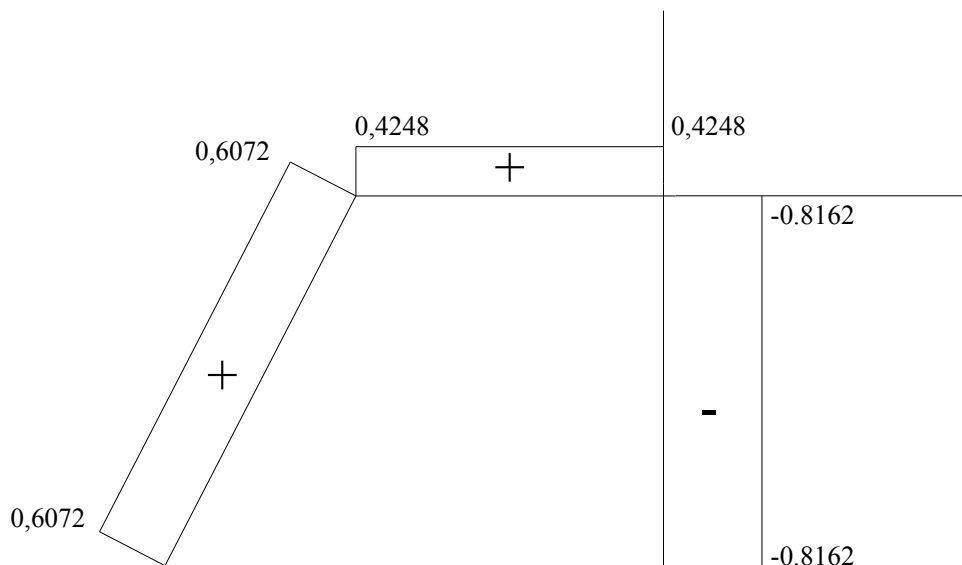
Pręt 23

$$\sum X = 0 \quad N_{23} = N_{32} = 0$$

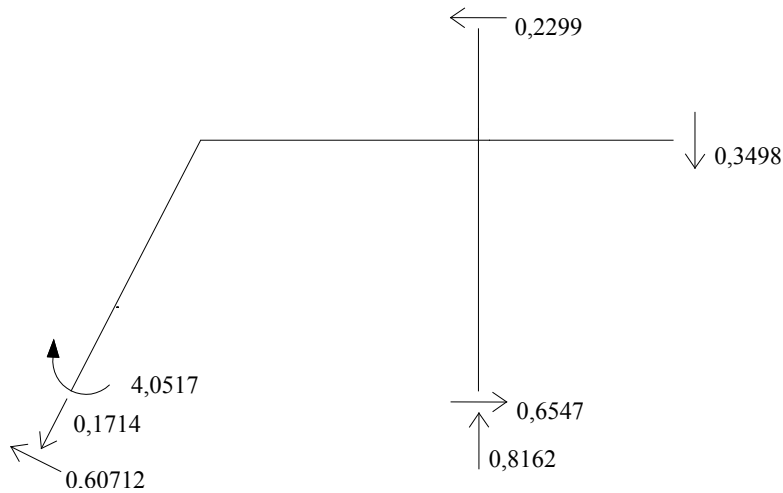
Węzeł 2

$$\sum Y = 0 \quad -T_{21} + T_{23} + N_{25} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{25} = N_{52} = -0,8162306 \text{ kN}$$

Wykres N^t [kN]

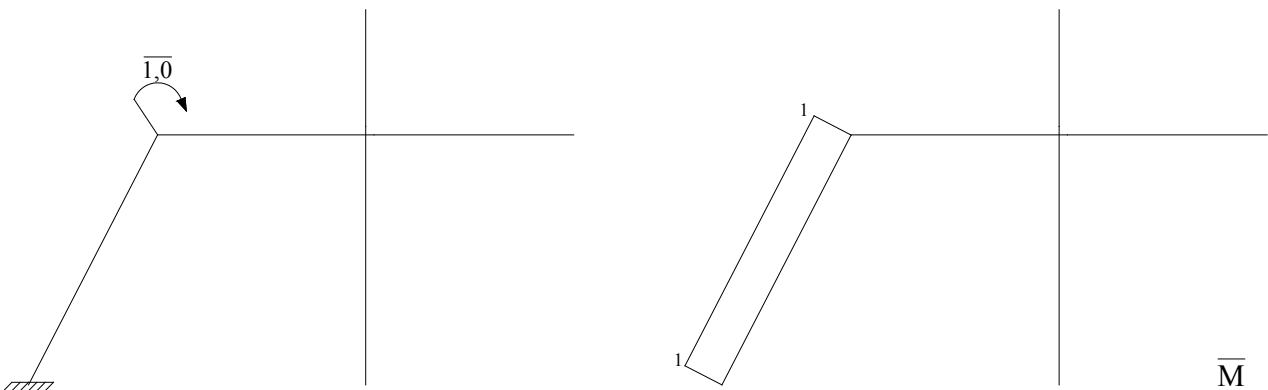


KONTROLA STATYCZNA



$$\begin{aligned} \sum X = 0 & \quad -0,6071791 \cdot \cos \alpha - 0,1713864 \cdot \sin \alpha - 0,2299183 + 0,654747 = 0 \\ & \quad -0,0000027 \cong 0 \\ \sum Y = 0 & \quad 0,6071791 \cdot \sin \alpha - 0,1713864 \cdot \cos \alpha + 0,3497994 - 0,8162306 = 0 \\ & \quad -0,000000026 \cong 0 \\ \sum M_0 = 0 & \quad 4,051699 - 0,2299183 \cdot 9 + 0,3497994 \cdot 13 - 0,8162306 \cdot 8 = 0 \\ & \quad -0,0000183 \cong 0 \end{aligned}$$

KONTROLA KINEMATYCZNA



$$\bar{1},0 \cdot \varphi_1 = \sum \int_s \frac{\bar{M} \cdot M^{(n)}}{EI_1} ds + \sum \int \bar{M} \cdot \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{h} ds + \sum \int \bar{N} \cdot \alpha_t \cdot t_0 ds$$

$$\begin{aligned} \bar{1},0 \cdot \varphi_1 = \frac{1}{EI_1} & \left[\frac{6,7082039}{6} (2 \cdot 1 \cdot 4,051699 + 2 \cdot 1 \cdot 5,201394 + 4,051699 \cdot 1 + 5,201394 \cdot 1) \right] + \\ & + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{21 \cdot 1 \cdot 6,7082039}{0,2} + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 7,5 \cdot 0 \end{aligned}$$

$$\varphi_1 = -0,0070744968 + 0,0084523369 + 0$$

$$\varphi_1 = 0,00137784rad$$

$$0,00137784rad = 0,00137784rad$$