

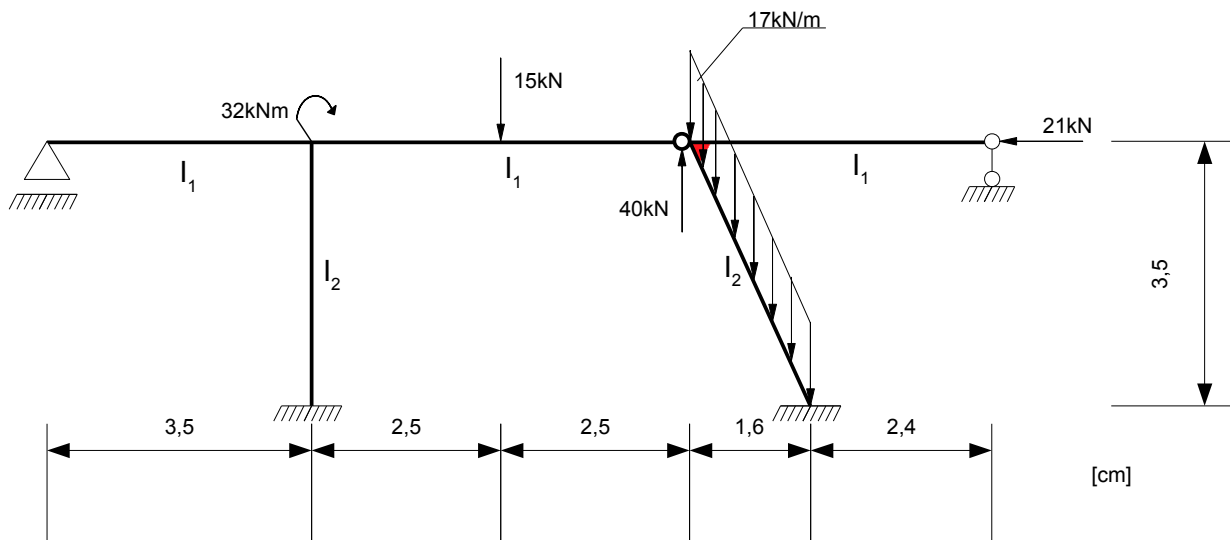
POLITECHNIKA POZNAŃSKA
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA I INŻYNIERII ŚRODOWISKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
ZAKŁAD MECHANIKI BUDOWLI

PROJEKT NR 1
METODA PRZEMIESZCZEŃ

Jakub Kałużny
Ryszard Klauza
Grupa B3
Semestr IV
Rok Akademicki 2013/2014

Dla układu należy:

1. Przyjąć przekroje I_1 i I_2 z profili dwuteowych (IN, IPE, HEB, HEA);
2. Korzystając z metody przemieszczeń obliczyć siły przekrojowe (M, N, T) od zadanego obciążenia oraz wykonać kontrolę kinematyczną i kontrolę statyczną;
3. Sprawdzić naprężenia w obu grupach przekrojów I_1 i I_2 , porównując je z wartościami dopuszczalnymi naprężeń (215MPa) i sformułować wnioski;
UWAGA!!!!!!: Przekrojów nie należy zmieniać.



1. Przyjęcie przekrojów I_1 oraz I_2 .

Przekrój I_2 to profil dwuteowy HEB220

Przekrój I_1 to profil dwuteowy IPE260.

$$I_2 = 8061 \text{ cm}^4$$

$$I_1 = 5790 \text{ cm}^4$$

$$E = 205 \text{ GPa}$$

$$EI = EI_2$$

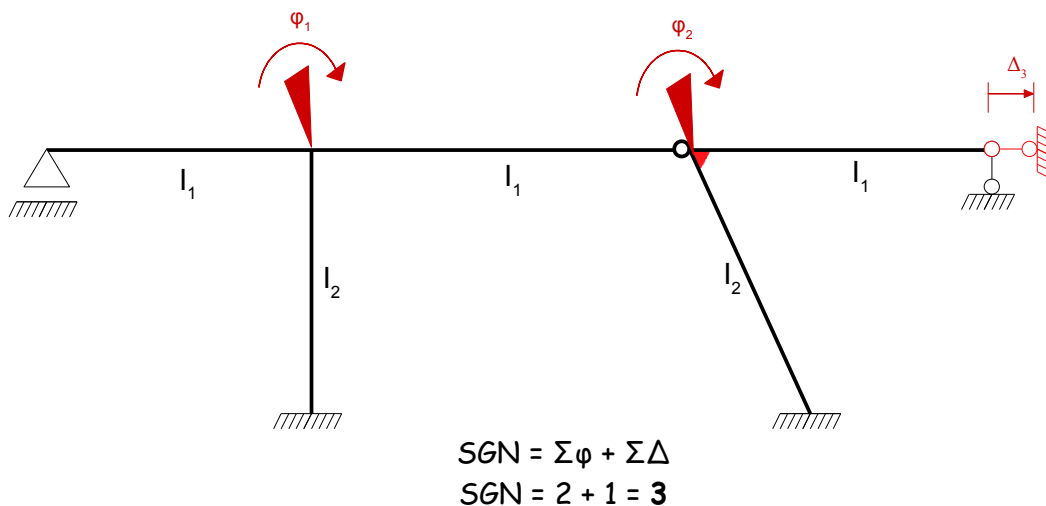
$$EI_1 = 1,39222798 EI_2$$

$$EI_1 = 205 \times 10^6 \times 8061 \times 10^{-8} = 16525,05 \text{ kNm}^2$$

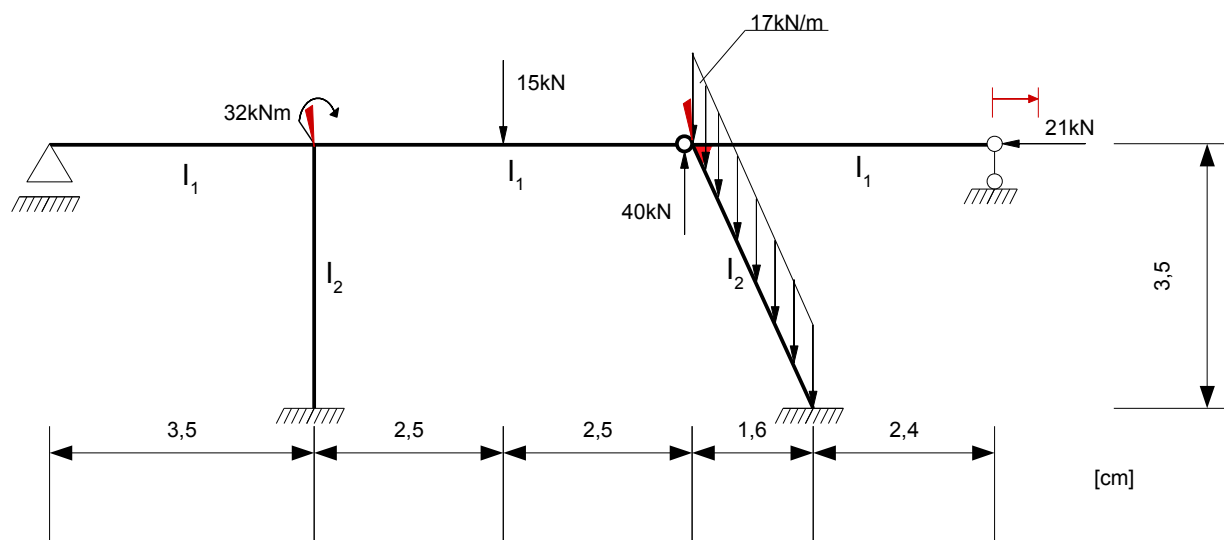
$$EI_2 = 205 \times 10^6 \times 5790 \times 10^{-8} = 11869,5 \text{ kNm}^2$$

2.

2.1 Wyznaczenie SGN:



2.2 Układ podstawowy (UP) metody przemieszczeń.



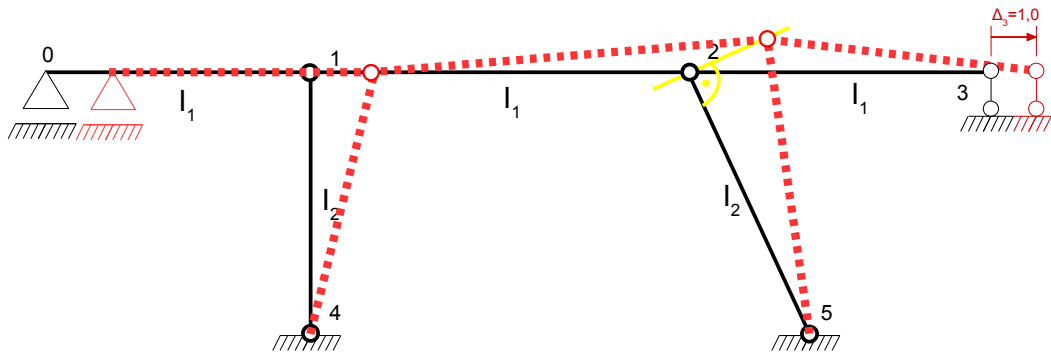
2.3 Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń:

$$r_{11}\varphi_1 + r_{12}\varphi_2 + r_{13}\Delta_3 + r_{1P} = 0$$

$$r_{21}\varphi_1 + r_{22}\varphi_2 + r_{23}\Delta_3 + r_{2P} = 0$$

$$r_{31}\varphi_1 + r_{32}\varphi_2 + r_{33}\Delta_3 + r_{3P} = 0$$

2.4. Łańcuch kinematyczny zadanej ramy do wyznaczenia Ψ_{ik} :



pionowo 014:
$$0 + \Psi_{01} \times 3,50 + \Psi_{41} \times 0 = 0$$

$$\Psi_{01} = 0,00$$

poziomo 523
$$0 + \Psi_{25} \times 3,50 + \Psi_{32} \times 0 = 1,00$$

$$\Psi_{25} = \frac{1,00}{3,50} = \frac{2}{7}$$

pionowo 0125
$$0 + 0 \times 3,50 + \Psi_{12} \times 5 + \Psi_{25} \times 1,60 = 0$$

$$\Psi_{12} = \frac{-1,60}{5,00} * \Psi_{25} = \frac{-8}{25} * \left(\frac{2}{7}\right) = \frac{-16}{175}$$

pionowo 0123
$$0 + 0 \times 3,50 + \Psi_{12} \times 5 + \Psi_{23} \times 4,00 = 0$$

$$\Psi_{23} = \frac{-5,00}{4,00} * \Psi_{12} = \frac{-5,00 * (-16,0)}{175 * 4} = \frac{4}{35}$$

poziomo 4123
$$0 + \Psi_{14} \times 3,50 + \Psi_{12} \times 0 + \Psi_{23} \times 0 = 1,00$$

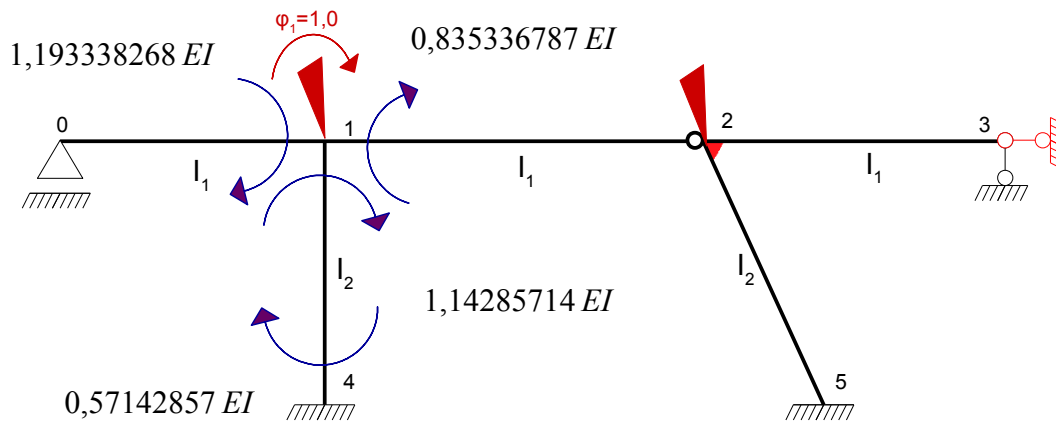
$$\Psi_{14} = \frac{1,00}{3,50} = \frac{2}{7}$$

SPRAWDZENIE

pionowo 523
$$0 + \Psi_{25} \times 1,60 + \Psi_{32} \times 4 = 0$$

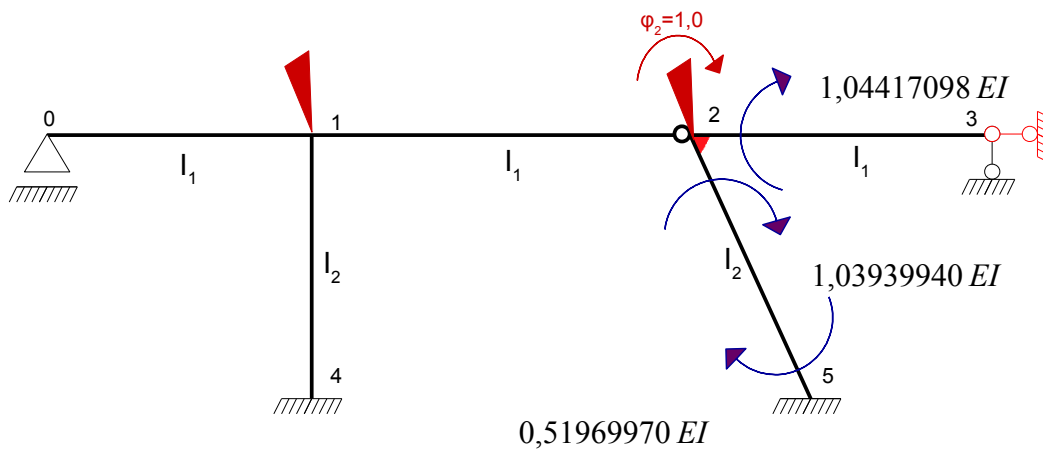
$$\Psi_{32} = \frac{-1,60}{4,00} * \Psi_{25} = \frac{2}{5} * \Psi_{25} = \frac{4}{35}$$

2.5 Stan $\varphi_1=1,0$

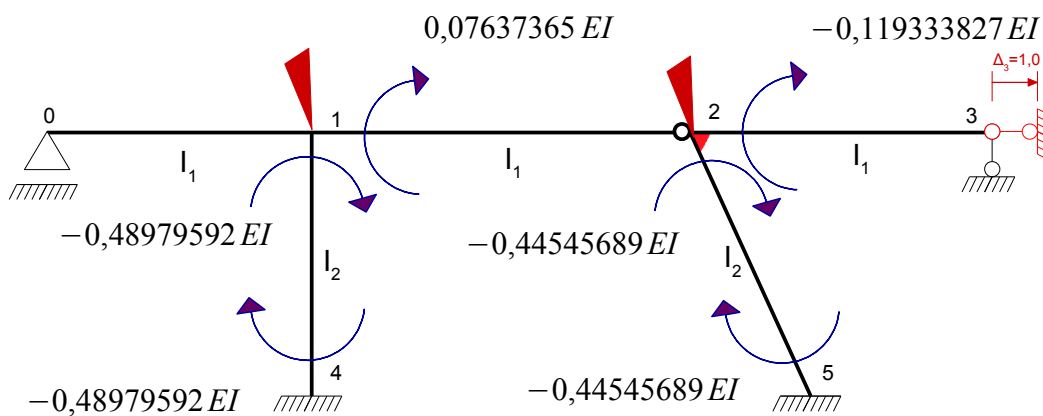


2.6 Stan $\varphi_2=1,0$

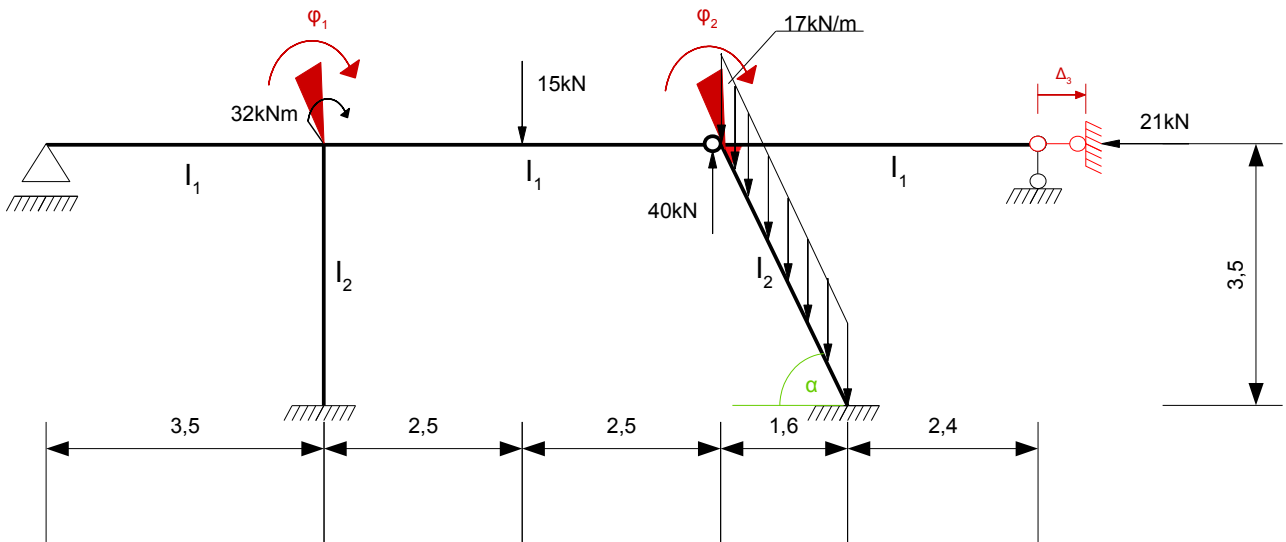
$L=3,84837628$ - długość pręta ukośnego



2.7 Stan $\Delta_3(u_3)=1,0$



2.8 Stan P



1. 2.8 a) Pręt ukośny:

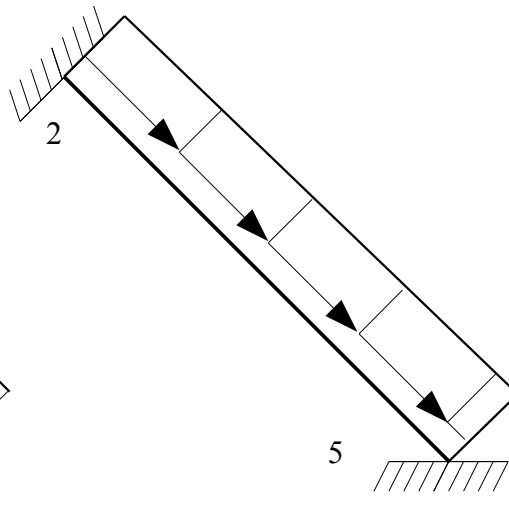
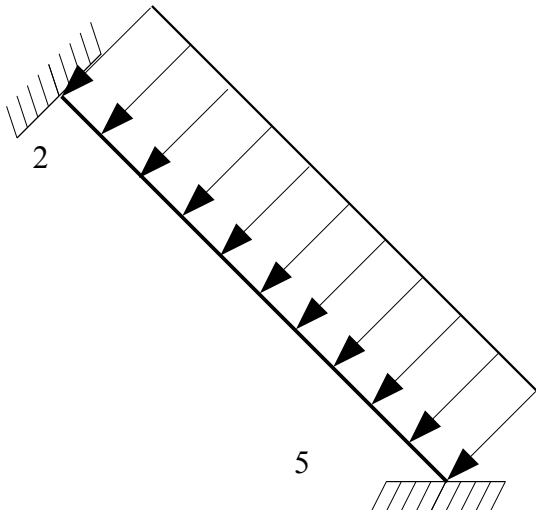
$L=3,84837628$ - długość pręta ukośnego

$$\cos \alpha = \frac{1,60}{3,8483763} = 0,41575976$$

$$\sin \alpha = \frac{3,50}{3,8483763} = 0,90947447$$

$$q_p = q \cdot \cos \alpha = 7,06791592 \frac{kN}{m}$$

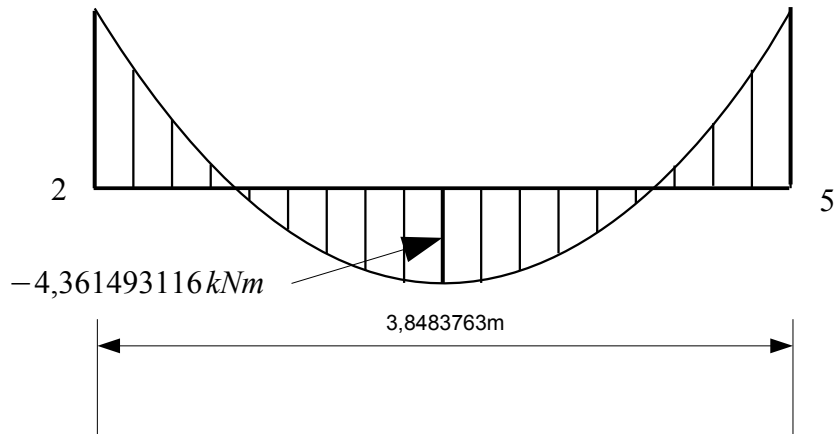
$$q_r = q \cdot \sin \alpha = 15,46106599 \frac{kN}{m}$$



2.8 b) Moment na pręcie ukośnym 25:

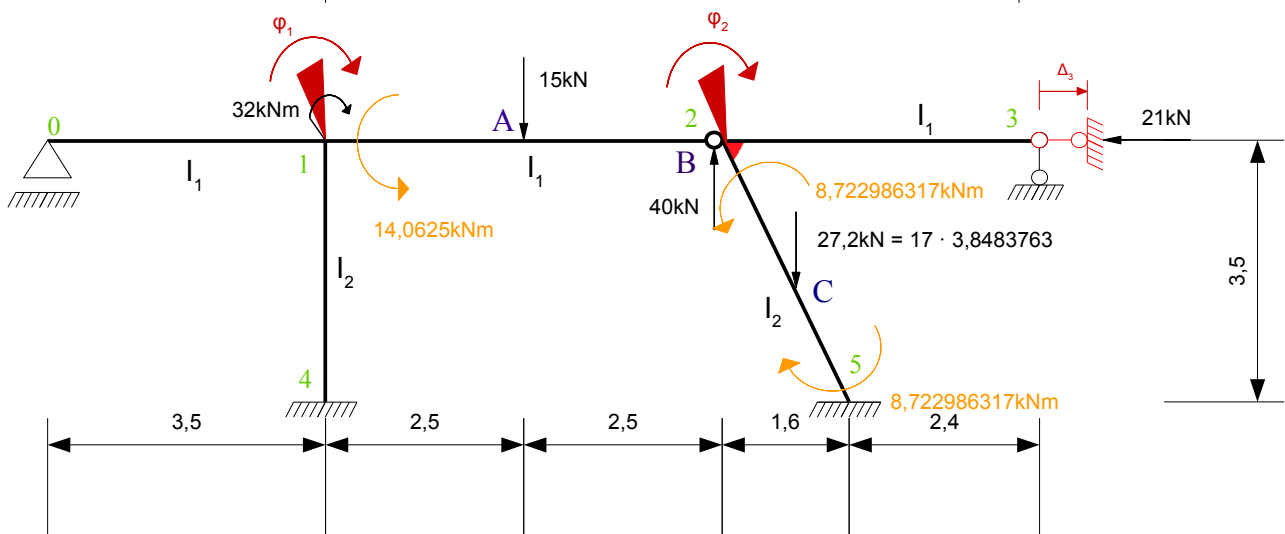
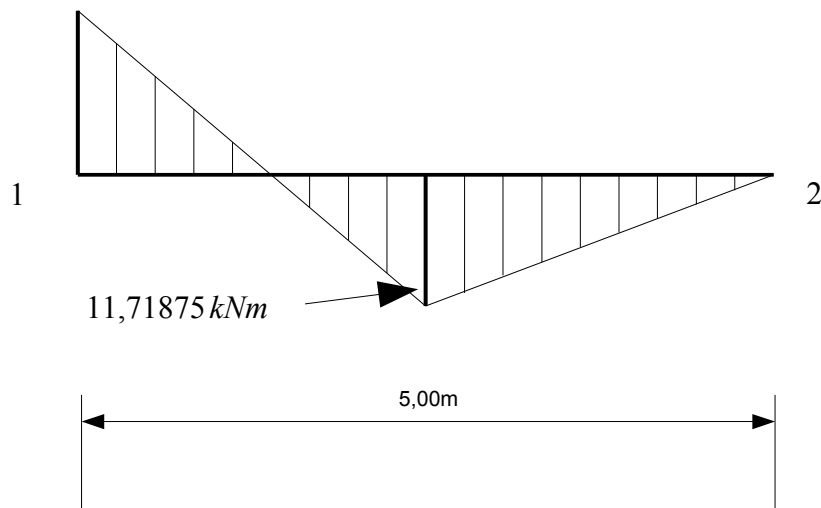
$$\frac{q_p \cdot L_{25}^2}{12} = -8,722986231 \text{ kNm}$$

$$-8,722986231 \text{ kNm}$$



2.8 c) Moment na pręcie 12:

$$\frac{3}{16} \cdot P \cdot L_{25} = -14,0625 \text{ kNm}$$



Założono przemieszczenia pod siłami skupionymi zgodnie ze zwrotami sił; praca sił na tak przyjętych przemieszczeniach w równaniu pracy wirtualnej będzie dodatni. Przemieszczenia wyznaczamy z równania łańcucha kinematycznego.

$$\text{pionowo 01B} \quad 0 + 5 \cdot \left(\frac{-16}{175} \right) = -\delta_B \quad - \text{pod siłą 40kN}$$

$$\delta_B = \frac{16}{35}$$

$$\text{pionowo 5C} \quad 0 + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{2}{7} \right) = \delta_C \quad - \text{pod siłą wypadkową na przecie ukośnym}$$

$$\delta_C = \frac{8}{35}$$

$$\text{pionowo 01A} \quad 0 + 2,5 \cdot \left(\frac{-16}{175} \right) = \delta_A \quad - \text{pod siłą 15kN}$$

$$\delta_B = -\frac{8}{35}$$

2.9 Wyznaczenie macierzy sztywności i wektora kolumnowego od sił zewnętrznych:

$$r_{11} = 0,835336787EI + 1,14285714EI + 1,193338268EI = 3,171532195EI$$

$$r_{12} = 0$$

$$r_{13} = 0,07637365EI + (-0,48979592EI) = -0,41342223EI$$

$$r_{21} = 0$$

$$r_{22} = 1,04417099EI + 1,03939940EI = 2,08357038EI$$

$$r_{23} = -0,119333827EI + (-0,44545683EI) = -0,5647907EI$$

$$r_{31} \times 1 + 0,835336787EI \times \left(\frac{-16}{175} \right) + (1,14285714EI + 0,571428957EI) \times \frac{2}{7} = 0$$

$$r_{31} = -0,41342225EI$$

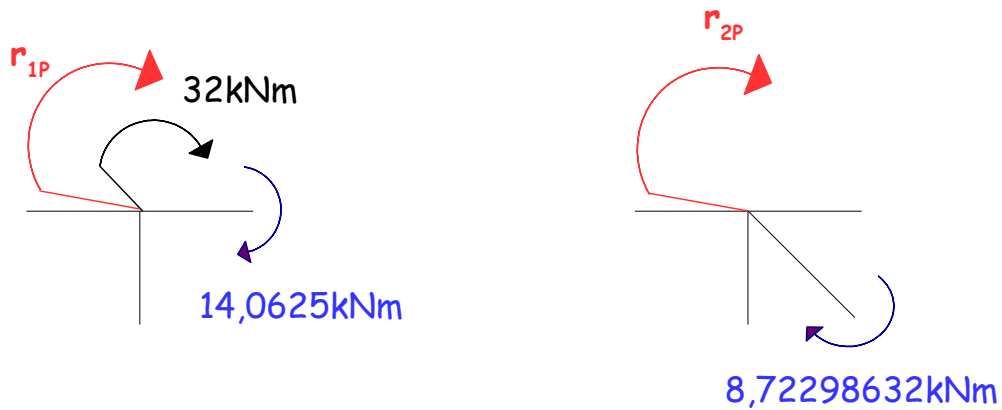
$$r_{32} \times 1 + 1,04417098EI \times \frac{4}{35} + (0,5196997EI + 1,03939940EI) \times \frac{2}{7} = 0$$

$$r_{32} = -0,5647907EI$$

$$r_{33} \times 1 + (-2 \times 0,48979592EI) \times \frac{2}{7} + 0,07637365EI \times \left(\frac{-16}{175} \right) + (2 \times$$

$$-0,44545689) \times \frac{2}{7} + (-0,119333827EI) \times 0,114285714 = 0$$

$$r_{33} = 0,5550510625EI$$



$$r_{1P} = -32 - 14,0625 = -46,0625 \text{ kNm}$$

$$r_{2P} = -8,72298632 \text{ kNm}$$

$$r_{3P} \cdot \bar{I} + 21 \cdot (-1) - 14,0625 \cdot \left(\frac{-\bar{I}6}{175}\right) + (8,72298 - 8,72298) \cdot \left(\frac{\bar{2}}{7}\right) + 40 \cdot \delta_B + 15 \cdot \delta_A + 27,2 \cdot \delta_C = 0$$

$$r_{3P} \cdot \bar{I} + 21 \cdot (-1) - 14,0625 \cdot \left(\frac{-\bar{I}6}{175}\right) + (8,72298 - 8,72298) \cdot \left(\frac{\bar{2}}{7}\right) + 40 \cdot \frac{\bar{1}6}{35} + 15 \cdot \frac{-\bar{8}}{35} + 27,2 \cdot \frac{\bar{8}}{35} = 0$$

$$r_{3P} = 21 - \frac{9}{7} - \frac{24}{7} - \frac{128}{7} + 6,217142857 = -1,360000 \text{ kNm}$$

$$\begin{bmatrix} 3,171532195 & 0 & -0,4134223 \\ 0 & 2,08357039 & -0,56479072 \\ -0,4134224 & -0,56479071 & 0,5550510625 \end{bmatrix} \cdot EI \cdot \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -46,0625 \\ -8,7729863 \\ -1,360000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.10 Rzeczywiste wartości obrotów węzłów oraz przemieszczenia poziomego:

$$\phi_1 = 18,17244177/EI = 0,000153101999 \text{ rad}$$

$$\phi_2 = 11,7975996/EI = 0,0009939727837 \text{ rad}$$

$$\Delta_3 = 27,99071203/EI = 0,002358204813 \text{ m}$$

2.11 Wyznaczenie momentów:

$$M_{ik}^n = M_{ik}^{(1)} \cdot \phi_1 + M_{ik}^{(2)} \cdot \phi_2 + M_{ik}^{(3)} \cdot \Delta_3 + M_{ik}^{(P)}$$

$$M_{01} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{10} = 1,193338268EI \times 18,17244177/EI = 21,68587 \text{ kNm}$$

$$M_{12} = 0,835336789EI \times 18,17244177/EI + 0,07637365EI \times 27,99071203/EI - 14,0625$$

$$M_{12} = 3,2553609 \text{ kNm}$$

$$M_{21} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{23} = 1,044170985EI \times 11,7975996/EI - 0,119333827EI \times 27,99071203/EI$$

$$M_{23} = 8,9784724 \text{ kNm}$$

$$M_{32} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{14} = 1,14285714EI \times 18,17244177/EI - 0,48979592EI \times 27,99071203/EI$$

$$M_{14} = 7,05876811 \text{ kNm}$$

$$M_{41} = 0,571428957EI \times 18,17244177/EI - 0,48979592EI \times 27,99071203/EI$$

$$M_{41} = 3,32548 \text{ kNm}$$

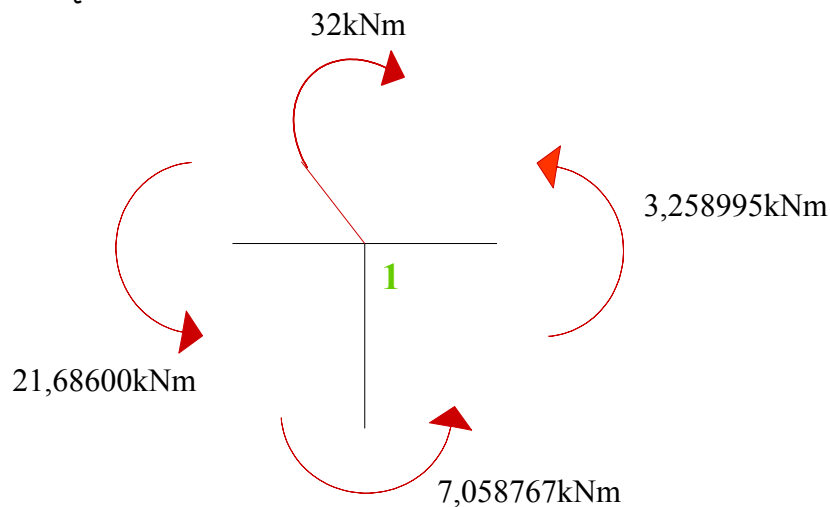
$$M_{25} = -0,445456886EI \times 27,99071203/EI + 1,03939940EI \times 11,7975996/EI - 8,7229632$$

$$M_{25} = -8,9292001 \text{ kNm}$$

$$M_{52} = -0,445456886EI \times 27,99071203/EI + 0,5196997EI \times 11,7975996/EI + 8,722632$$

$$M_{52} = 2,385517 \text{ kNm}$$

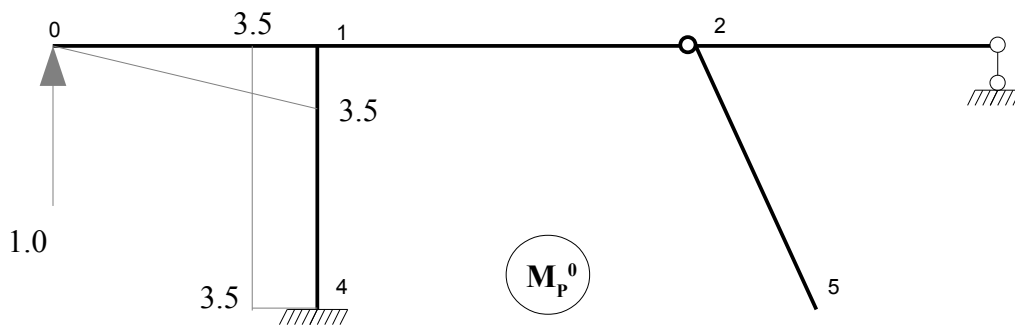
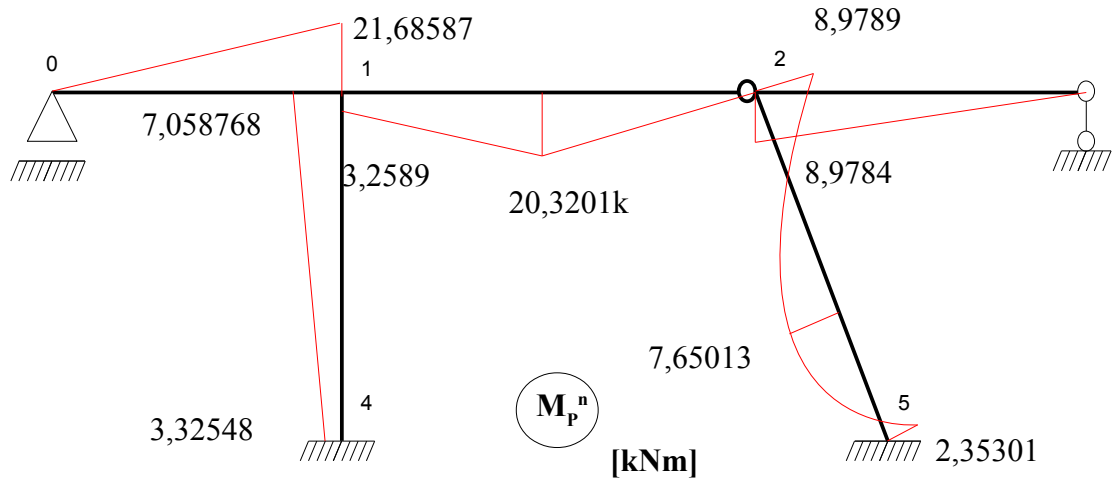
SPR węzła 1:



$$\Sigma M_{w1} = 32 - 21,68600 - 7,05876811 - 3,258995 = 0,000376 \text{ kNm} = 0 \text{ kNm}$$

SPRAWDZENIE KINEMATYCZNE:

wykres momentów



SPRAWDZENIE KINEMATYCZNE

$$\bar{I} \cdot v_0 = \sum \int \frac{M_p^n \cdot \bar{M}}{EI} ds$$

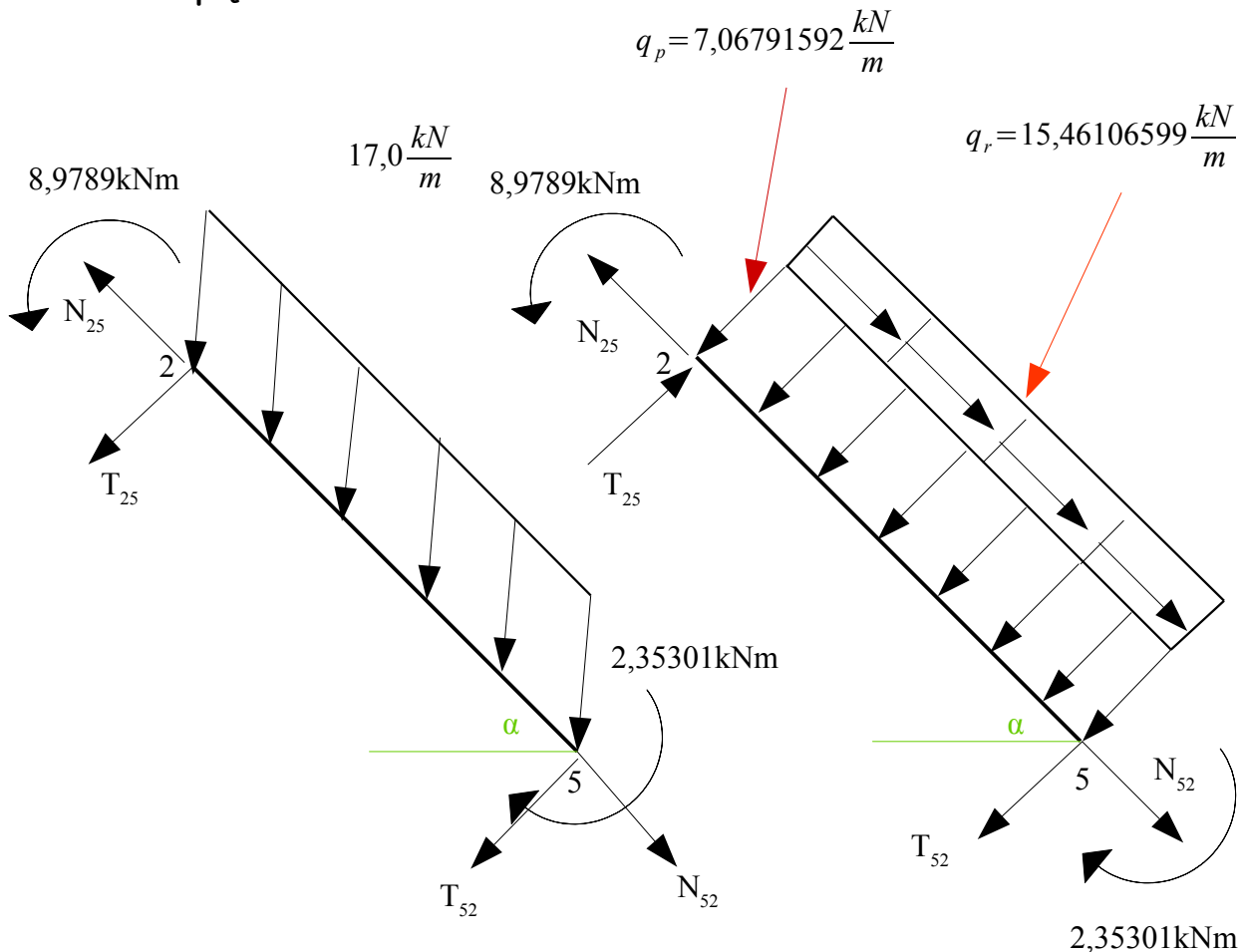
$$v_0 = (1/3,84837628 EI) \times (0,5 \times 3,5 \times 0,6666667 \times 3,5 \times 21,68587) + (1/EI) \times (3,5 \times 3,5 \times 0,5 \times (7,058768 + 3,332548)) = 0,0007259/EI$$

$$|v_0| < 1/EI$$

WYZNACZENIE TNĄCYCH I NORMALNYCH:

1. TNĄCE:

***pręt 25**



$$\Sigma M_2 = -8,92885 + 2,35331 + T_{52} \times 3,8483763 + 7,0679159 \times 3,848376^2 \times 0,5 = 0$$

$$T_{52} = -11,8996 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_1 = -8,92885 + 2,35331 + T_{52} \times 3,8483763 - 7,0679159 \times 3,848376^2 \times 0,5 = 0$$

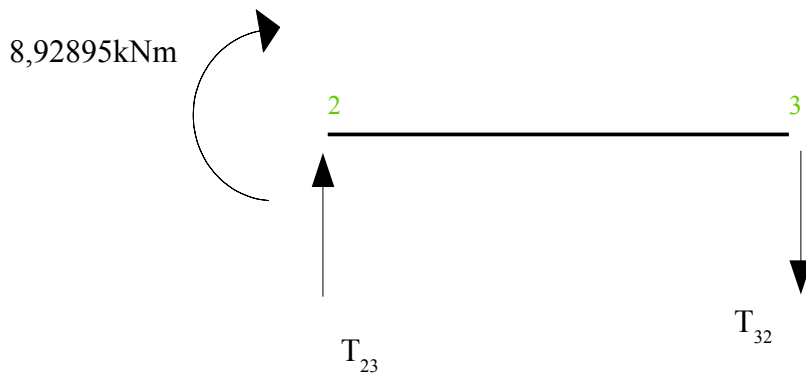
$$T_{25} = 15,30865 \text{ kN}$$

Wyznaczenie wartości ekstremalnego momentu zginającego pod obciążeniem:

$$\Sigma Y = T_{52} + T - 7,067916 \cdot X \text{ -----} \rightarrow X = 1,6836 \text{ m}$$

$$M_{EXT} = -2,35301 - T_{52} \cdot X + 7,067916 \cdot X^2 \times 0,5 = 7,65013 \text{ kNm}$$

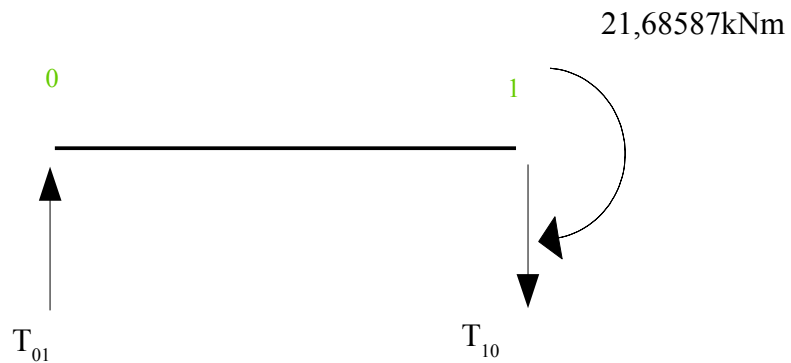
*pręt 23



$$\Sigma M_2 = 8,97837 + T_{32} \times 4 = 0$$

$$T_{25} = T_{52} = -2,24459 \text{ kN}$$

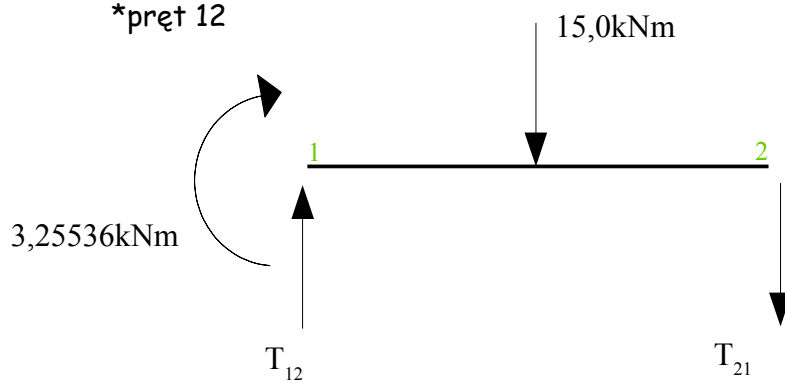
*pręt 01



$$\Sigma M_1 = 21,68587 + T_{01} \times 4 = 0$$

$$T_{10} = T_{10} = -6,19596 \text{ kN}$$

*pręt 12



$$\Sigma M_2 = 3,25536 + T_{12} \times 5 - 15 \times 2,5 = 0$$

$$T_{12} = 6,848928 \text{ kN}$$

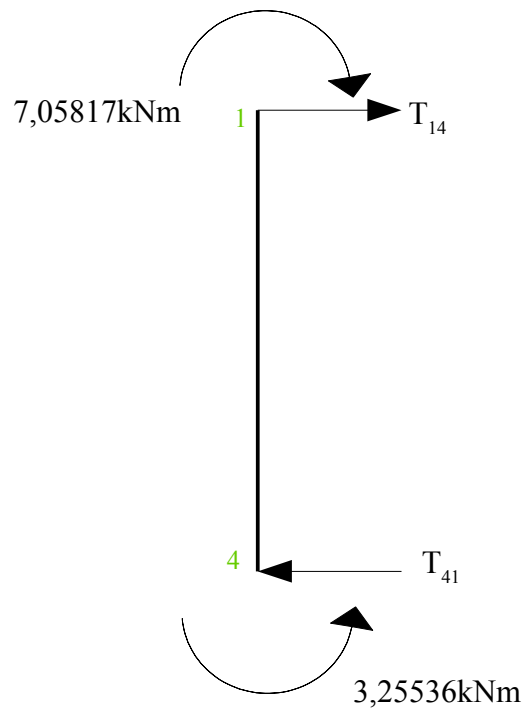
$$\Sigma M_1 = 3,25536 + T_{21} \times 5 + 15 \times 2,5 = 0$$

$$T_{21} = -8,151072 \text{ kN}$$

Wyznaczenie wartości momentu pod siłą skupioną:

$$\Sigma M_A = T_{12} \times 2,5 + M_{12} = 6,848928 \times 2,5 + 3,25536 = 20,3201 \text{ kNm}$$

*pręt 14

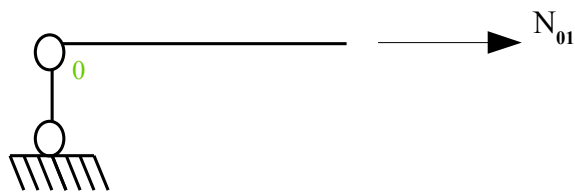


$$\Sigma M_4 = -3,25536 + 7,058168 + T_{12} \times 5 - 15 \times 2,5 = 0$$

$$T_{14} = T_{41} = -1,0867 \text{ kN}$$

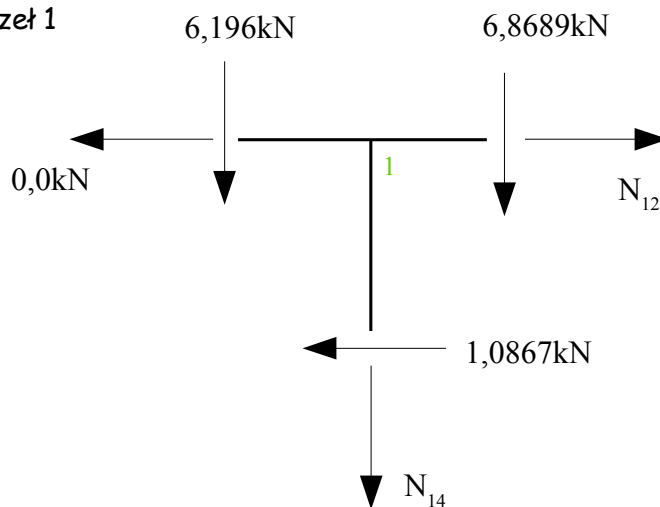
2. NORMALNE

*podpora 0



$$N_{01} = 0,0 \text{ kN}$$

*węzeł 1



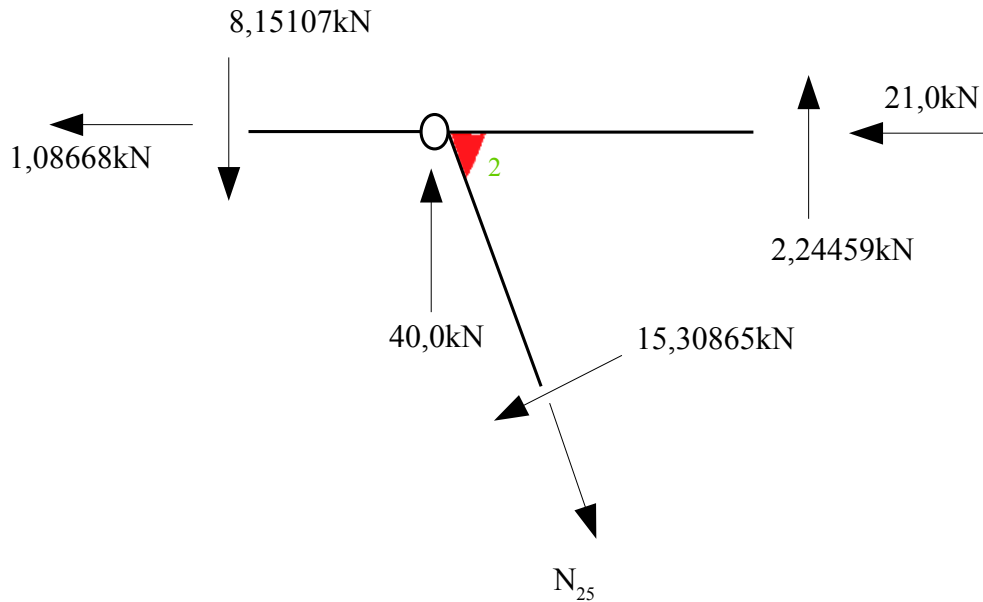
$$\Sigma X = N_{12} - 1,0867 = 0$$

$$N_{12} = 1,0867 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y = -N_{12} - 6,196 - 6,8689 = 0$$

$$N_{14} = -13,0499 \text{ kN}$$

*węzeł 2



$$\Sigma X = -1,08668 - 21,0 - 15,30865 \times \sin(\alpha) + N_{25} \times \cos(\alpha) = 0$$

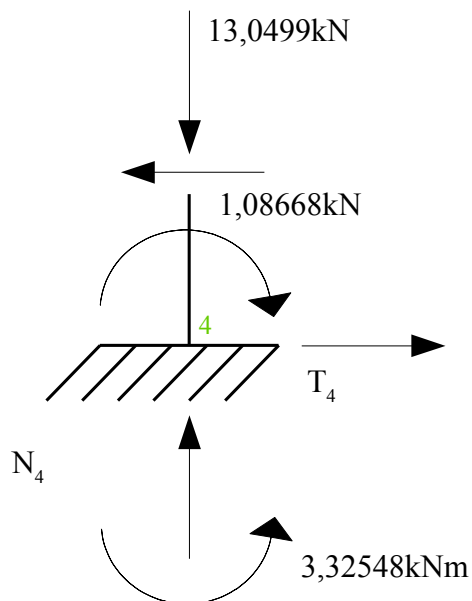
$$N_{25} = 74,045 \text{ kN}$$

Wyznaczenie N_{25} - z równowagi pręta 2-5

$$\Sigma Y = -8,15107 + 2,24459 + 40,0 + 15,30865 \times \cos(\alpha) - 74,045 \times \sin(\alpha) = 0,00015 = 0$$

Wyznaczenie reakcji

*podpora 4



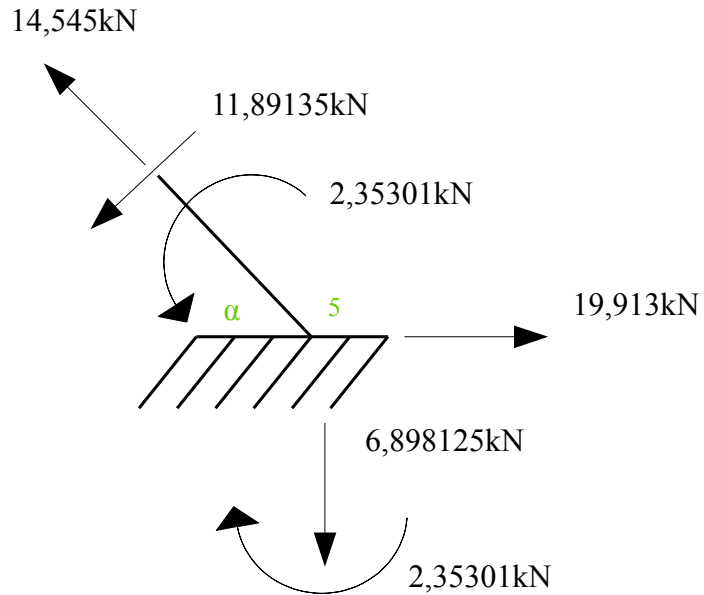
$$\Sigma X = -1,08668 + T_4 = 0$$

$$T_4 = 1,08668 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y = -13,0499 + N_4 = 0$$

$$N_4 = 13,0499 \text{ kN}$$

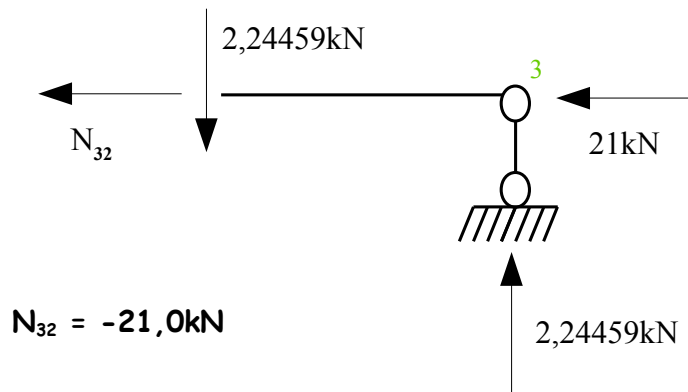
***podpora 5**



$$\Sigma X = -14,545 \times \cos(\alpha) - 11,89135 \times \sin(\alpha) + 19,913 = 0,000032 = 0$$

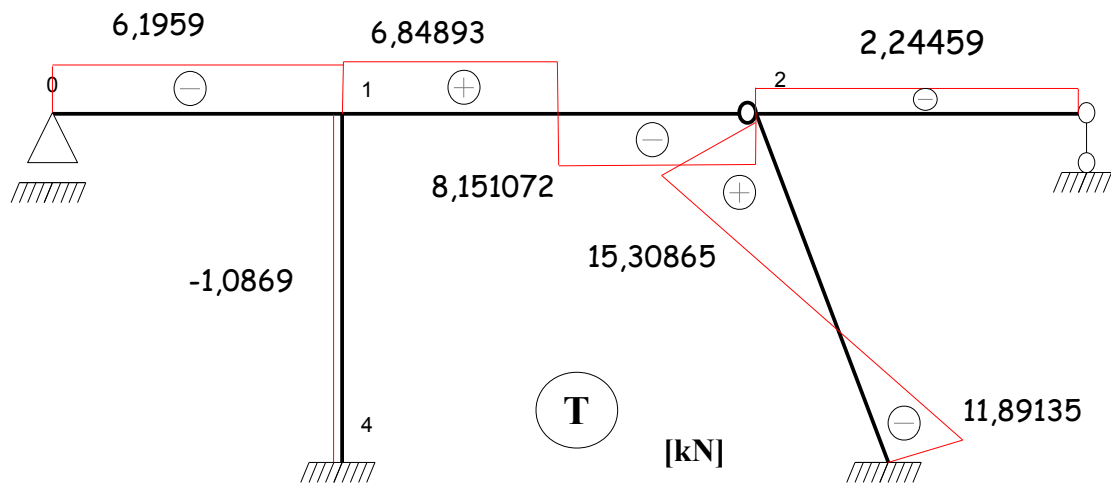
$$\Sigma Y = 14,545 \times \sin(\alpha) + 11,89135 \times \cos(\alpha) - 6,898125 = -0,000067 = 0$$

***podpora 3**

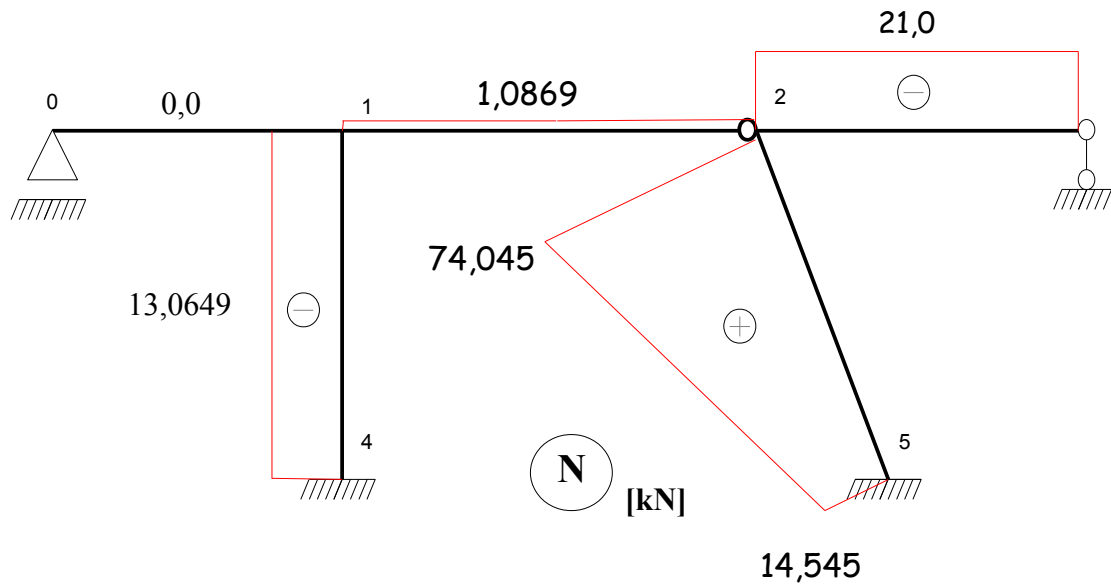


$$N_{32} = -21,0 \text{ kN}$$

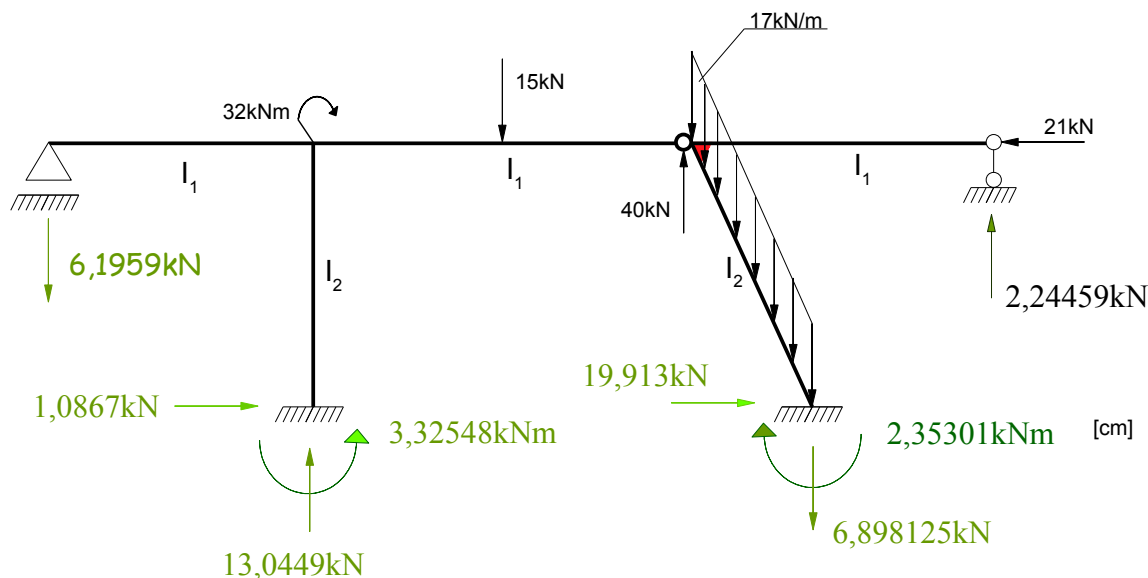
***wykres sił tnących:**



***wykres sił normalnych:**



*reakcje rzeczywiste w podporach oraz sprawdzenie statyczne:



$$\Sigma X = -21,0 + 19,913 + 1,0867 = -0,0003 \approx 0,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y = -15,0 + 40,0 - 17,0 \times 1,6 - 6,19596 + 13,0499 - 6,89813 + 2,24459 = 0,000405 \approx 0,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_2 = 19,913 \times 3,5 + 2,24459 \times 4,0 + 2,35301 - 6,898125 \times 1,6 - 17 \times 1,6 \times 0,8 - 15 \times 2,5 + 32 - 6,1959 \times 8,5 - 3,32548 + 13,0499 - 1,0867 \times 3,5 = 0,0025 \approx 0,0 \text{ kNm}$$

3.0 Sprawdzenie naprężeń normalnych wywołanych momentami zginającymi:

$$\sigma_{MAX} = \frac{M_{max}}{W} \leq \sigma_{dop} = 215 \text{ MPa}$$

dla prętów o I_1

$$\sigma_1 = \frac{2168,57}{258} = 84,1 \text{ MPa} < \sigma_{dop} = 215 \text{ MPa}$$

dla prętów o I_2

$$\sigma_2 = \frac{898,97}{441} = 20,4 \text{ MPa} < \sigma_{dop} = 215 \text{ MPa}$$

Wnioski:

Przekroje spełniają warunek wytrzymałościowy.

Ze względu na niskie wykorzystanie przekrojów można by je zmniejszyć. Zmiana przekrojów oznacza zmianę współczynnika $n = \frac{I_1}{I_2}$, należało by zatem przeprowadzić obliczenia ponownie; wyznaczyć ponownie rozkład momentów zginających M_p^n i ponownie sprawdzić naprężenia dla obydwu grup prętów: I_1 i I_2 .