

ĆWICZENIE NR 1

METODA SIŁ

Termin oddania: 29.01.2024

Data	Uwagi sprawdzającego	Podpis

Dla zadanej **RAMY** (schemat nr 2) należy:

- Przyjąć wstępnie przekroje I_1 i I_2 (różne) z profili dwuteowych (IN, IPE, HEB, HEA).
- Korzystając z metody sił obliczyć siły przekrojowe (M, N, T) od zadanego obciążenia i wykonać kontrolę kinematyczną. Obliczyć **przemieszczenie poziome p. "K"** korzystając z równania pracy wirtualnej i twierdzenia redukcyjnego. Sprawdzić naprężenia w obu grupach przekrojów I_1 i I_2 oraz sformułować wnioski (w przypadku niespełnienia warunku nośności obliczeń nie trzeba powtarzać).
- Korzystając z metody sił obliczyć siły przekrojowe (M, N, T) od zadanego wpływu temperatury i osiadań podpór, wykonać kontrolę kinematyczną. Obliczyć **obrót przekroju w p. "D"** korzystając z równania pracy wirtualnej i twierdzenia redukcyjnego.

Dla zadanej **BELKI** (schemat nr 5) należy:

- Przyjąć wstępnie przekroje I_1 i I_2 (różne) z profili dwuteowych (IN, IPE, HEB, HEA).
- Korzystając z metody sił obliczyć siły przekrojowe (M, N, T) od zadanego obciążenia i wykonać kontrolę kinematyczną. Obliczyć **obrót przekroju w p. "A"** korzystając z równania pracy wirtualnej i twierdzenia redukcyjnego. Sprawdzić naprężenia w obu grupach przekrojów I_1 i I_2 oraz sformułować wnioski (w przypadku niespełnienia warunku nośności obliczeń nie trzeba powtarzać).

We wszystkich obliczeniach przyjąć: $E = 210 \text{ GPa}$, $\sigma_{\text{dop}} = 235 \text{ MPa}$.

DANE DLA RAMY:

Nr schematu: **2**

Dane:

a [m]	b [m]	c [m]	d [m]	e [m]	f [m]	k_1 [kN/m]	k_2 [kN/m]
4,5	5,2	4,8	5,2	4,5	5,0	9100	∞

Obciążenie:

q_1 [kN/m]	q_2 [kN/m]	P_1 [kN]	P_2 [kN]	P_3 [kN]	M_1 [kNm]	M_2 [kNm]	n	m
14,8	-	8,0	-	-20,0	39,0	-	0,6	0,5

Osiadanie podpór:

osiadanie kątowe ²⁾ węzła nr A [°]	-2,9
osiadanie pionowe ¹⁾ węzła nr E [cm]	3,3
osiadanie poziome ¹⁾ węzła nr A [cm]	1,3

Rozkład temperatur:

temperatura montażu t_m [°C]	16,0
t_1 [°C]	55,0
t_2 [°C]	-25,0
t_3 [°C]	35,0

DANE DLA BELKI:

Nr schematu: **5**

Dane:

L [m]	k [kN/m]	q [kN/m]	P [kN]
3,5	2900	12,7	39,0

¹⁾ wartość dodatnia oznacza zwrot w dół lub w prawo, ujemna – w górę lub w lewo

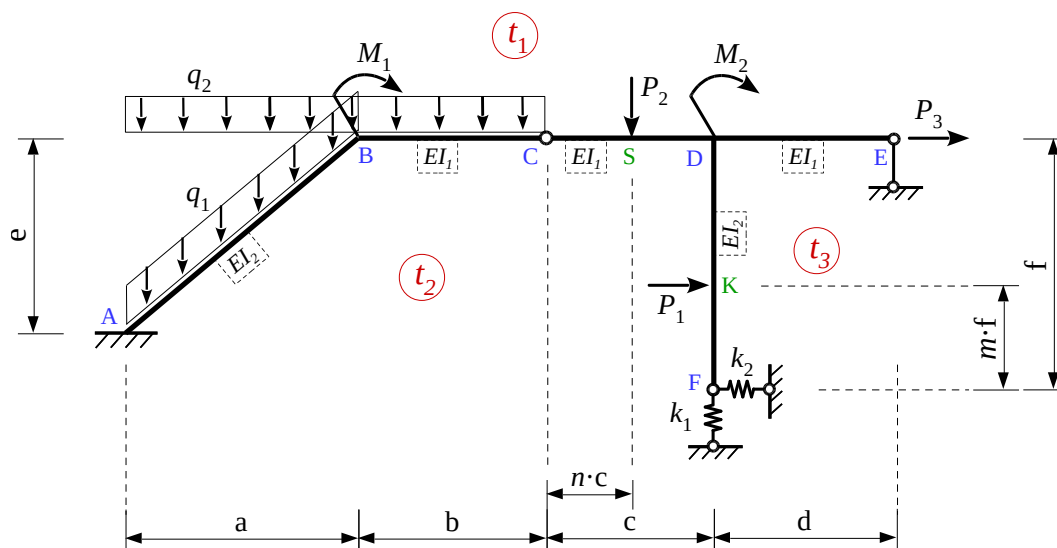
²⁾ wartość dodatnia oznacza zwrot w prawo, ujemna – w lewo

ĆWICZENIE NR 2

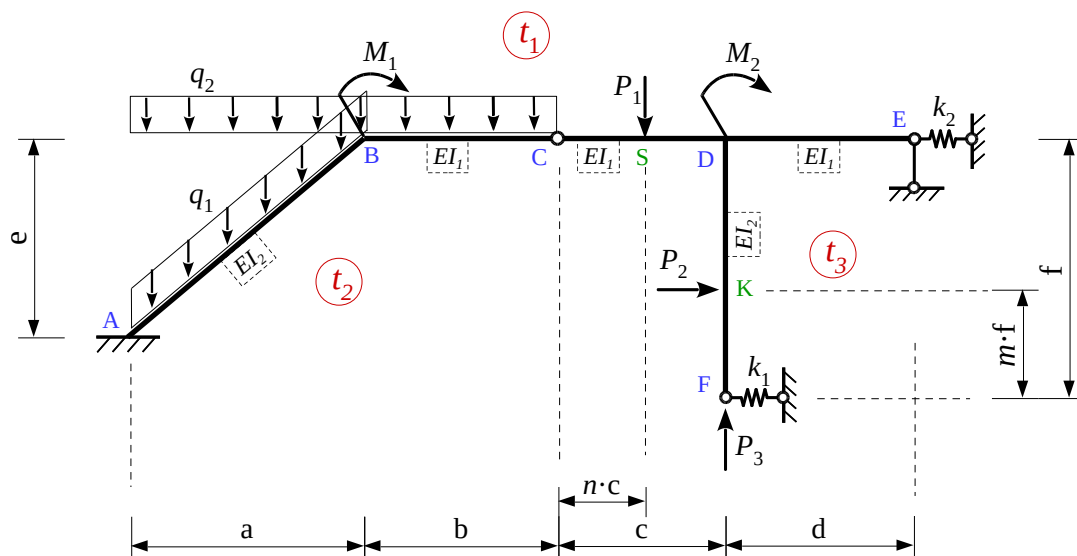
METODA SIŁ

Schematy ram:

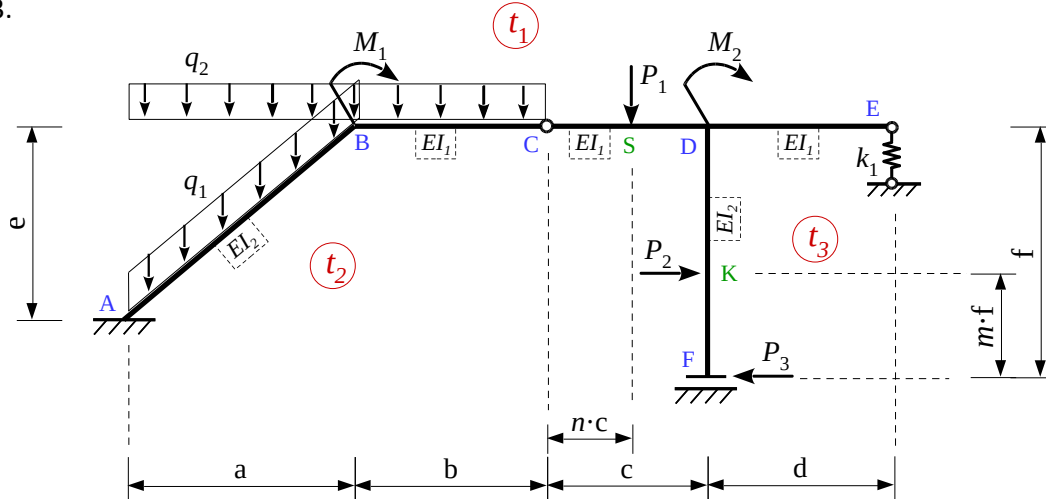
Schemat 1.



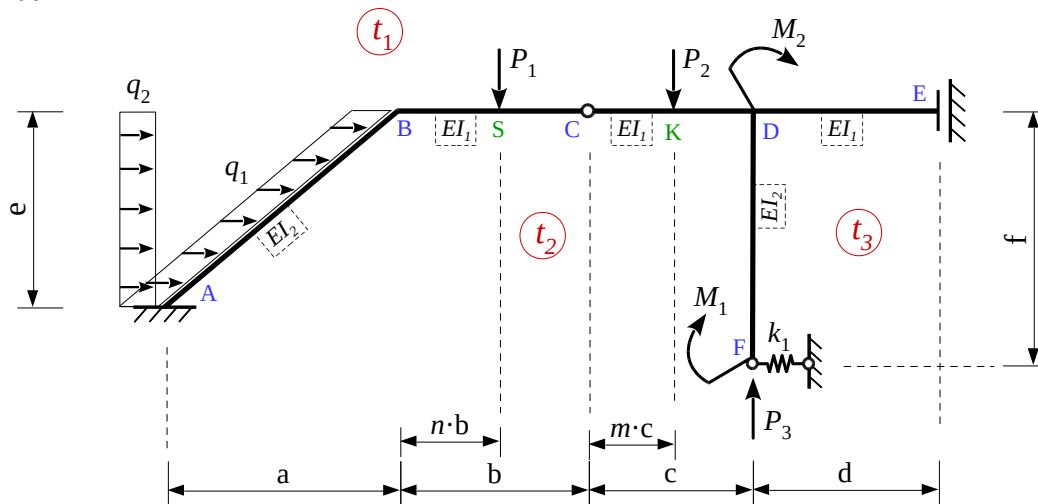
Schemat 2.



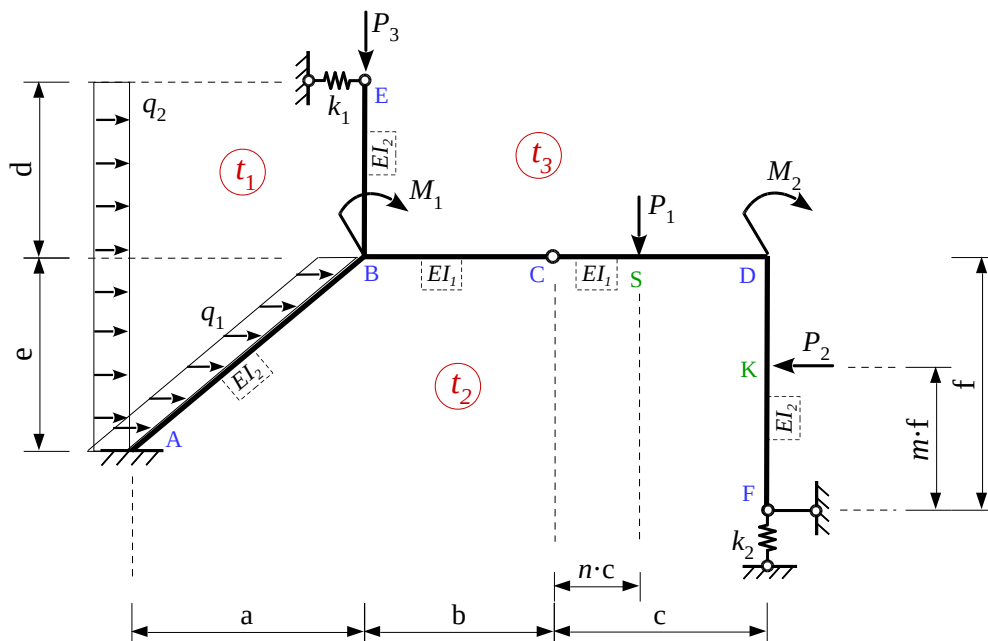
Schemat 3.



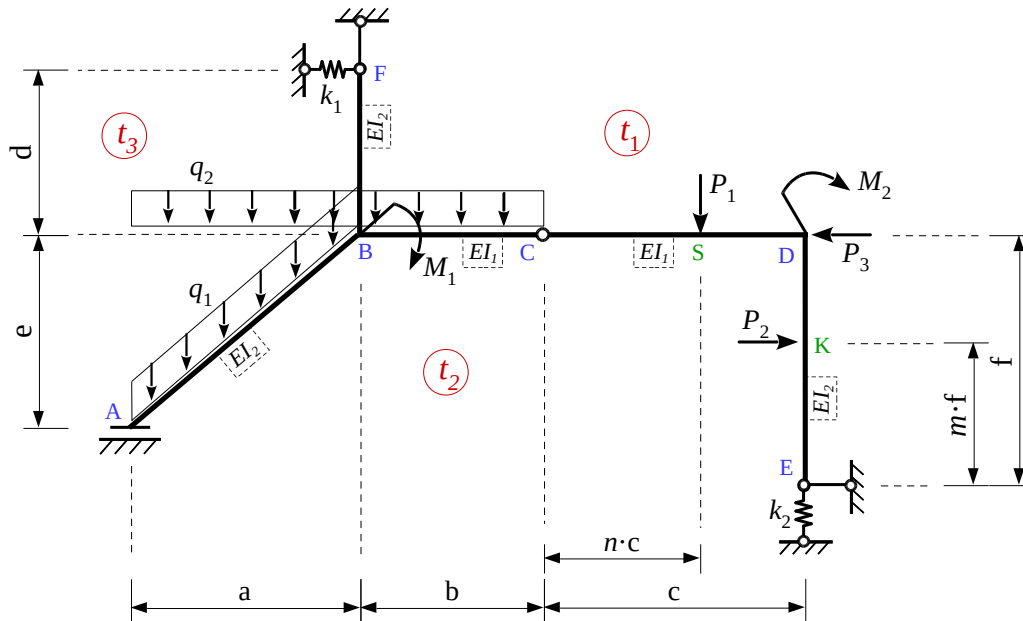
Schemat 4.



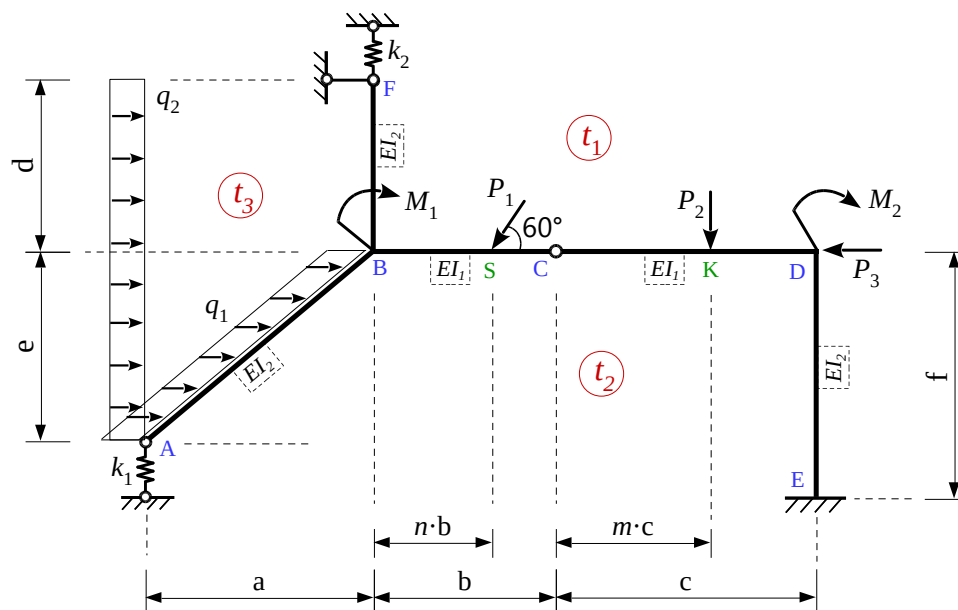
Schemat 5.



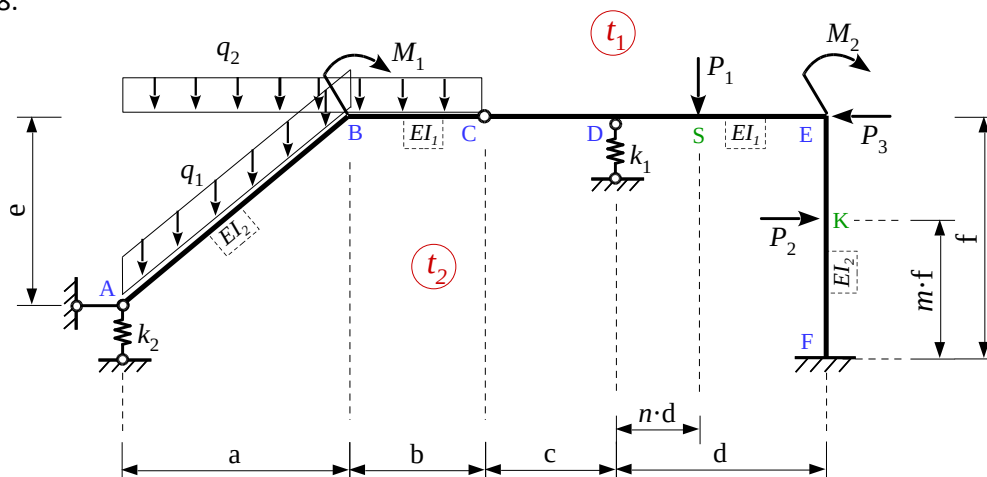
Schemat 6.



Schemat 7.

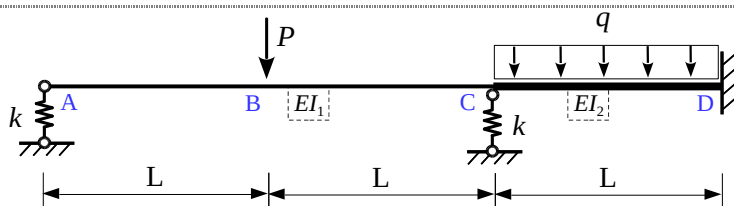


Schemat 8.

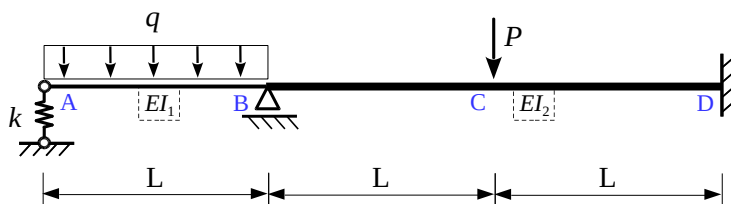


Schematy belek:

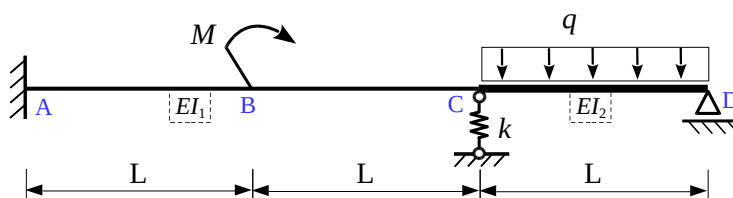
Schemat 1.



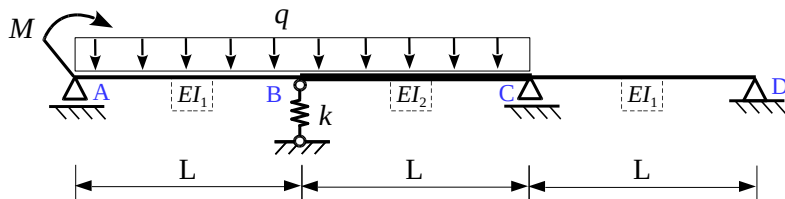
Schemat 2.



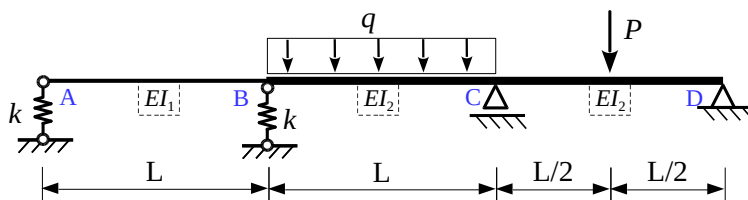
Schemat 3.



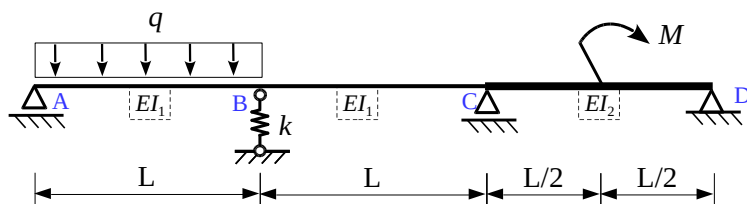
Schemat 4.



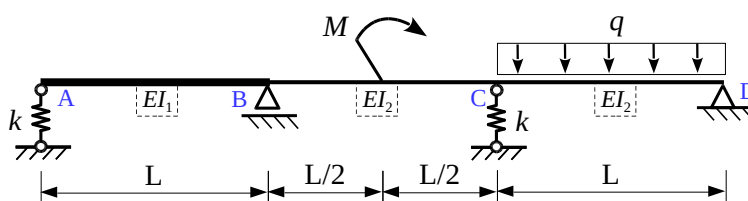
Schemat 5.

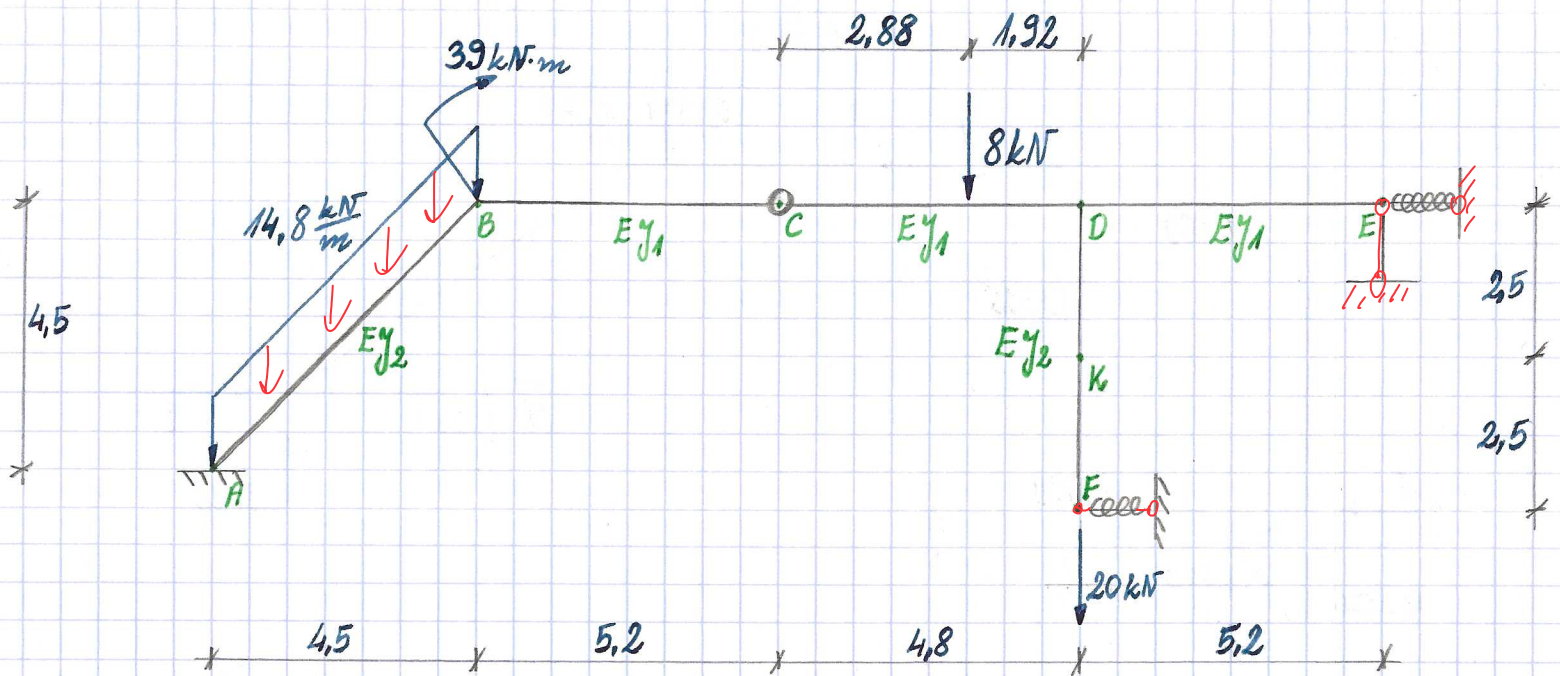


Schemat 6.



Schemat 7.





2 tarce sztywne 1 utwierdzenie 1 przegub 3 pręty podporowe

$$SSN = 3 + 2 + 3 - 6 = 2$$

Następnie przyjęto

I HEB 140

$$h_1 = 0,14 \text{ m} \quad y_1 = 1510 \text{ cm}^4 \quad A_1 = 43 \text{ cm}^2$$

$$EI_1 = 2,10 \cdot 1510 = 3171 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

II HEB 200

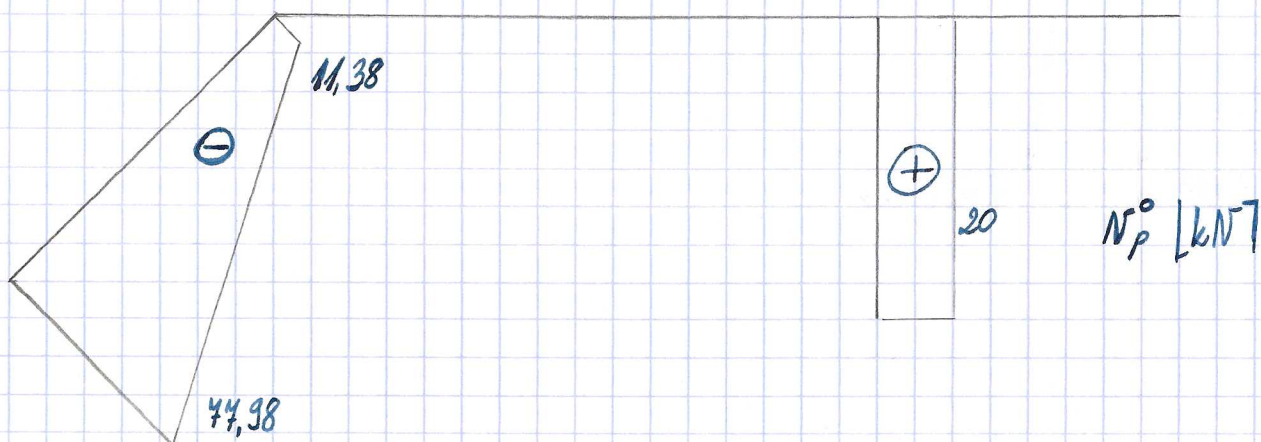
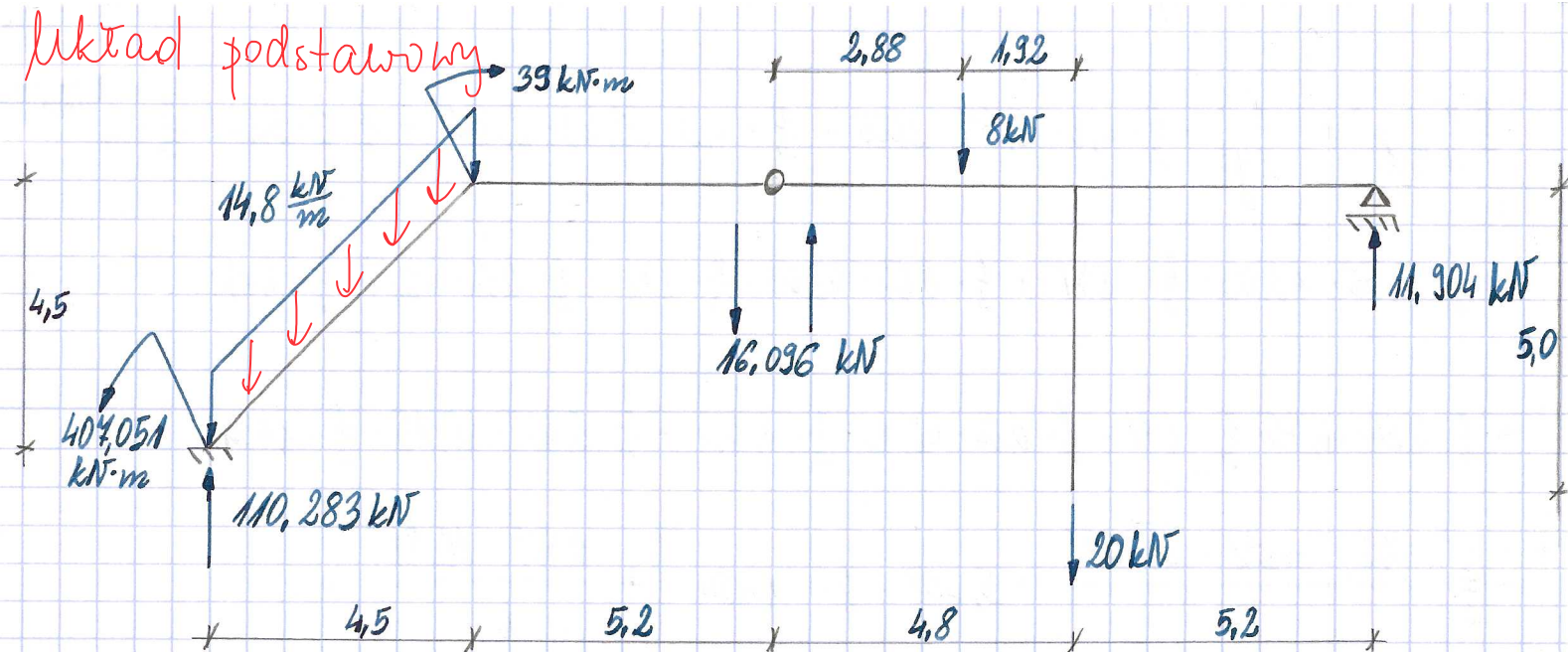
$$h_2 = 0,20 \text{ m} \quad y_2 = 5400 \text{ cm}^4 \quad A_2 = 78,1 \text{ cm}^2$$

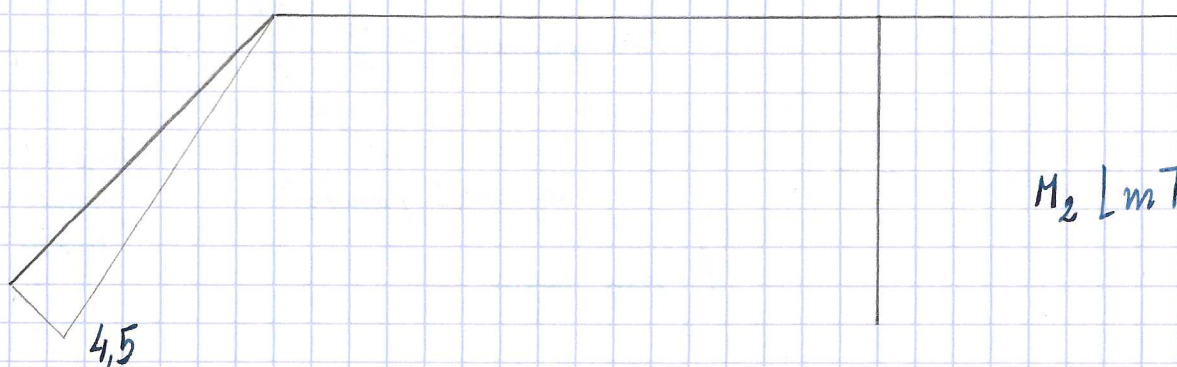
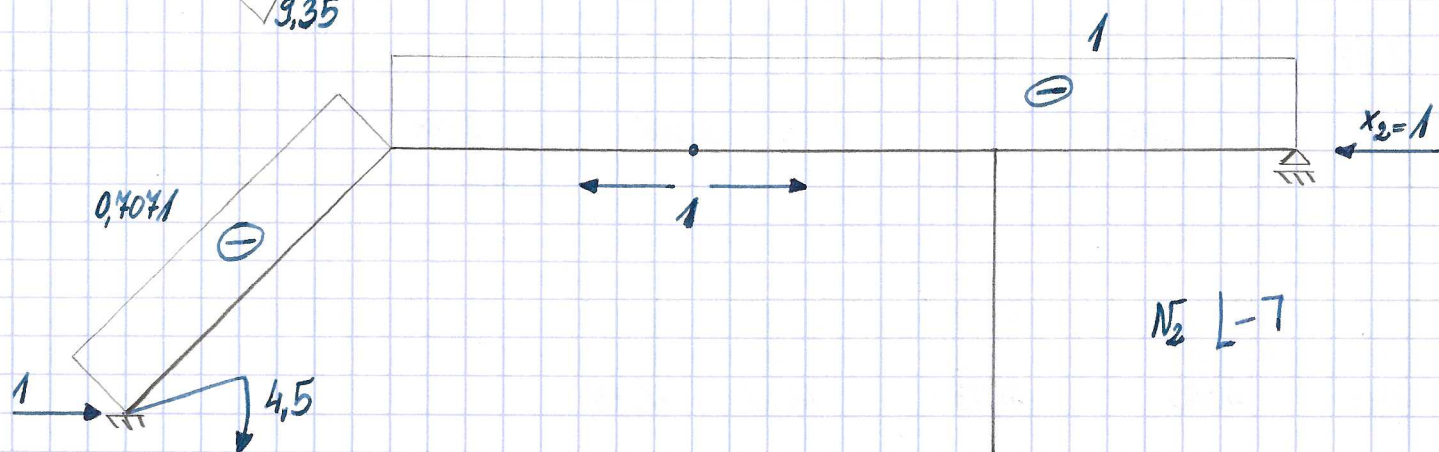
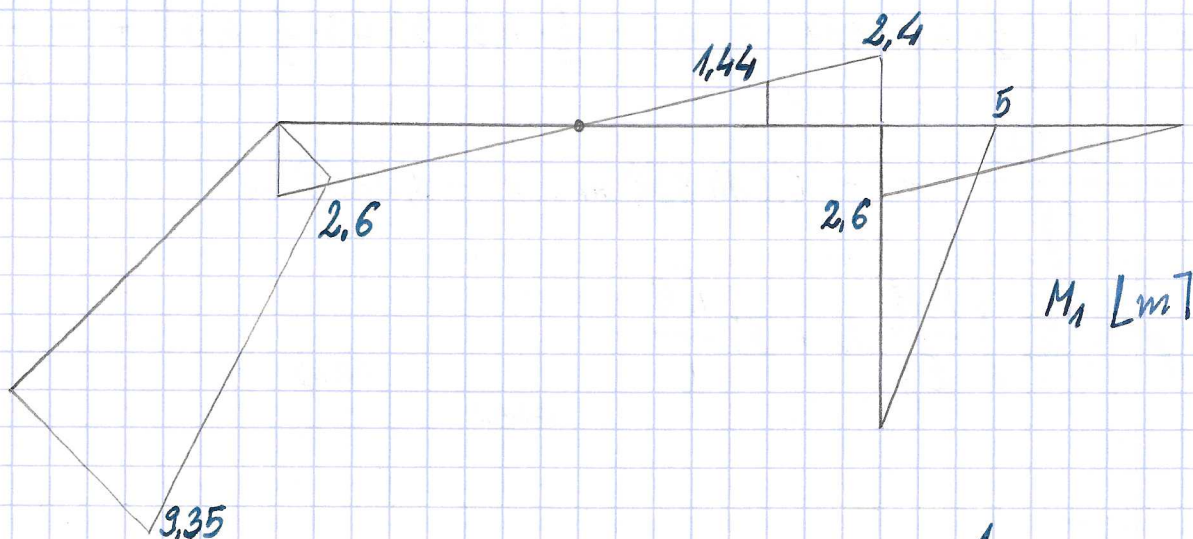
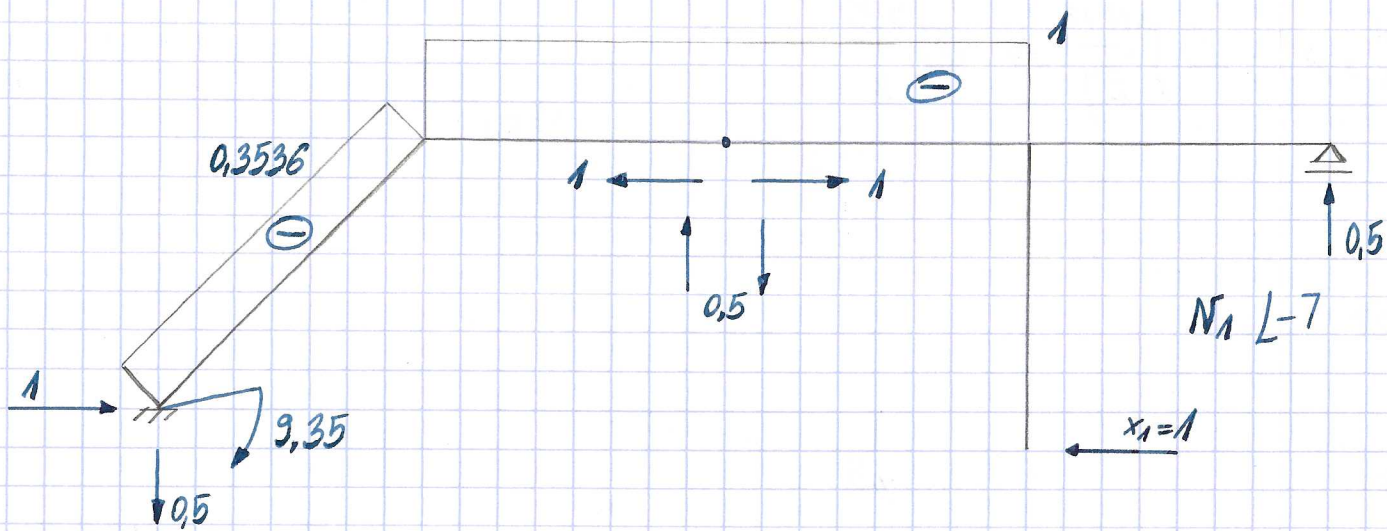
$$EI_2 = 2,10 \cdot 5400 = 11340 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

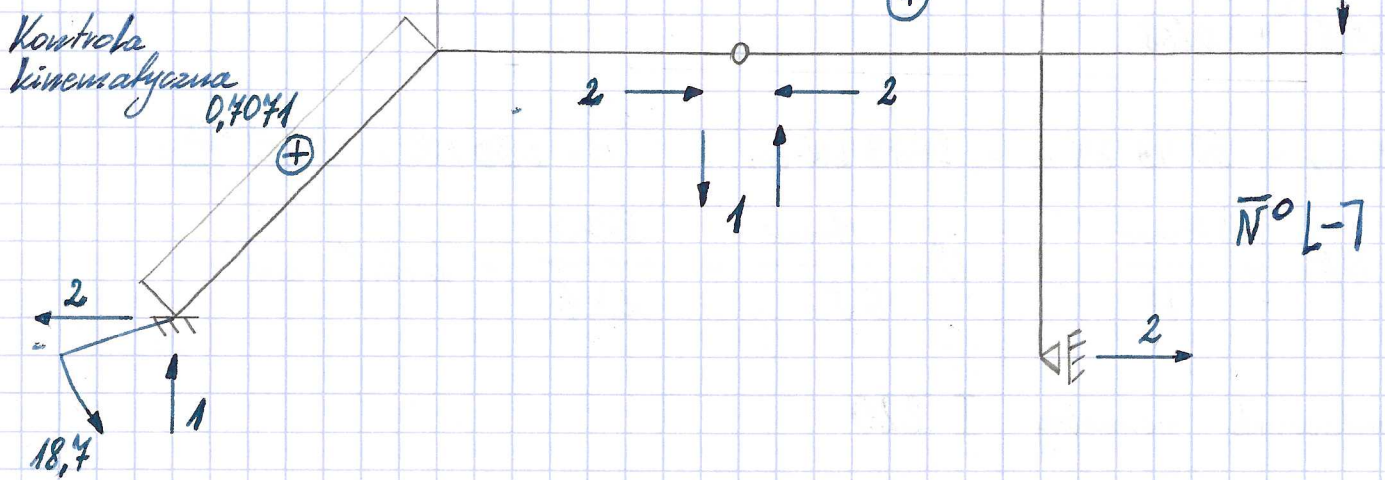
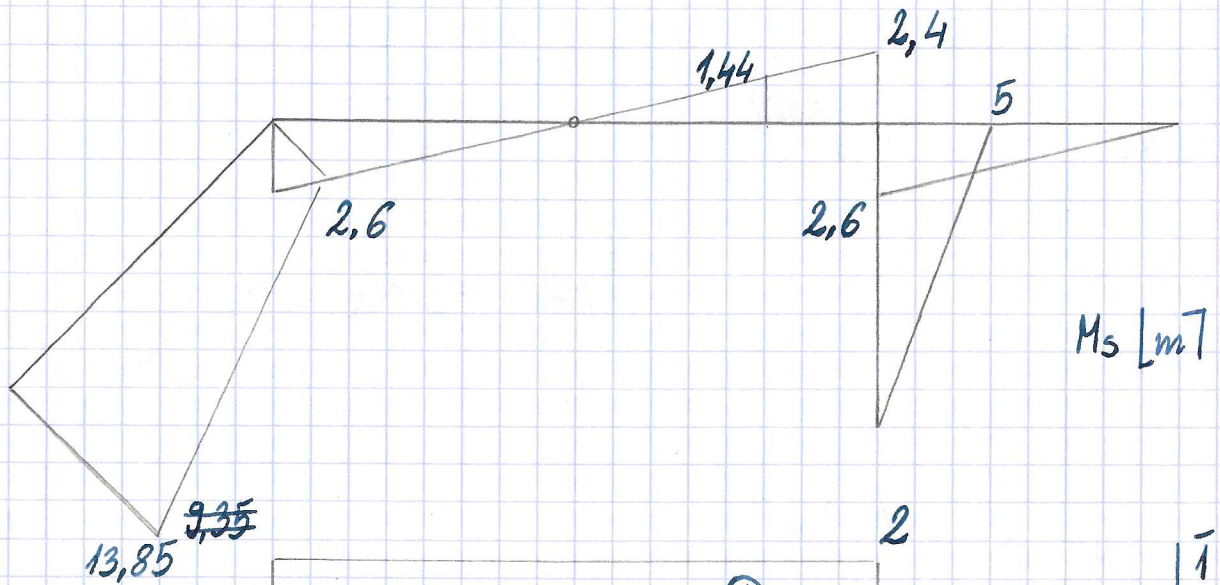
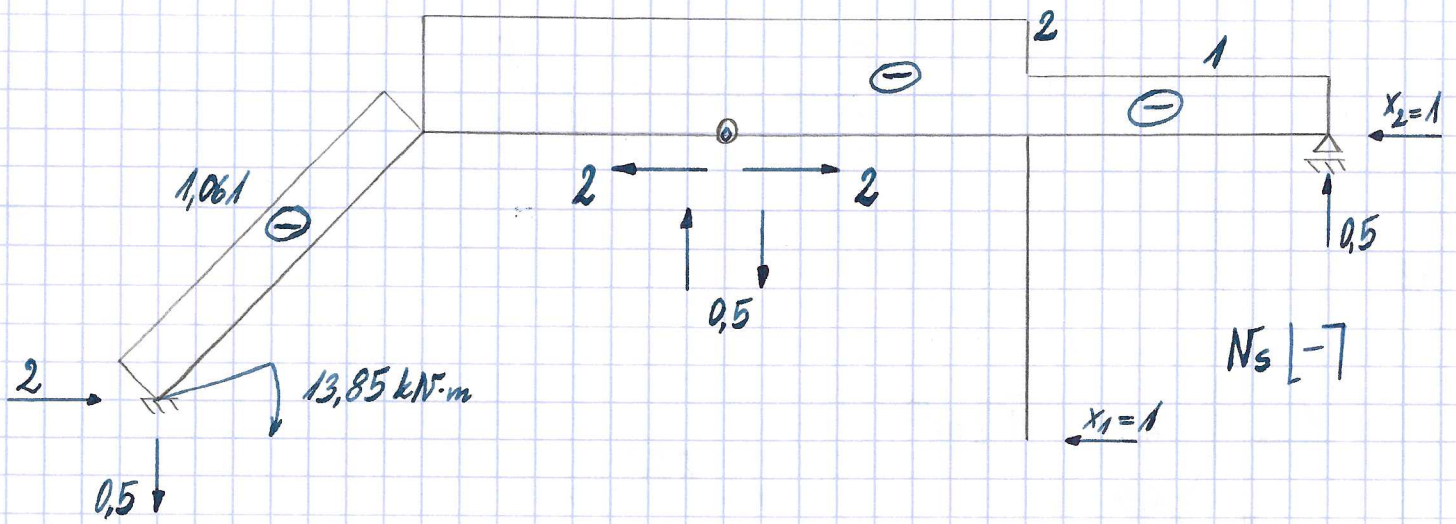
$$\frac{EI_1}{EI_2} = \frac{3171}{11340} = 0,2649 \quad EI_1 = 0,2649 EI_2$$

$$\frac{k_1}{EI_2} = \frac{9100}{11340} = 0,7602 \quad k_1 = 0,7602 EI_2$$

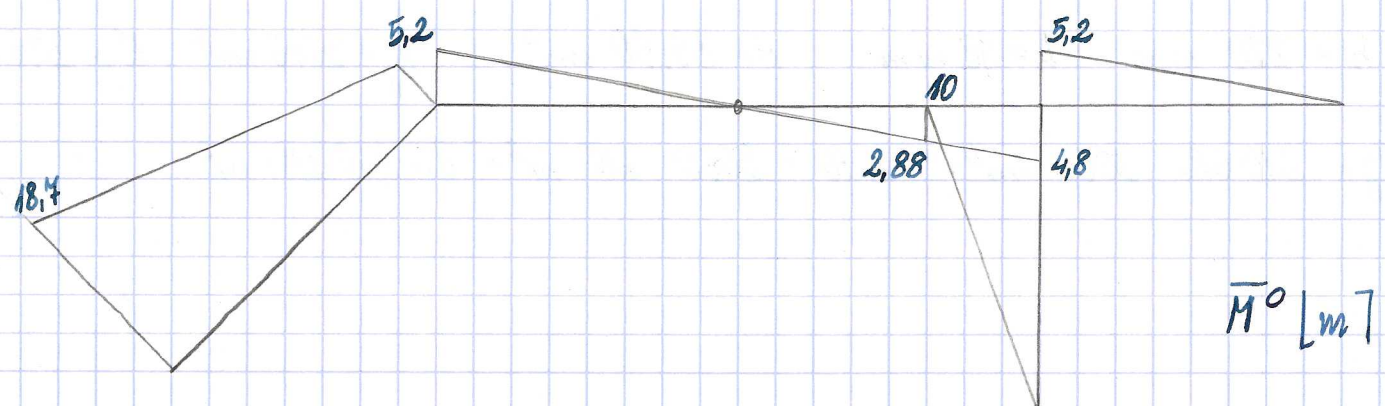
układ podstawowy







Kontrola kinematyczna $0,4041$



$$\begin{aligned}
 \delta_{11} &= \sum \int \frac{M_1 M_1}{EI} dx + \sum \frac{R_1 R_1}{k} = \\
 &= \frac{1}{EI_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 9,35 \left(\frac{2}{3} \cdot 9,35 + \frac{1}{3} \cdot 2,6 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 2,6 \left(\frac{2}{3} \cdot 2,6 + \frac{1}{3} \cdot 9,35 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 \right] + \frac{1}{EI_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 2,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,4 + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 \right] + \\
 &\quad + \frac{1 \cdot 1}{k} = \frac{293,03}{EI_2} + \frac{32,65}{0,2649 EI_2} + \frac{1}{0,4602 EI_2} = \frac{414,60}{EI_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta_{12} &= \delta_{21} = \sum \int \frac{M_1 M_2}{EI} dx + \sum \frac{R_1 R_2}{k} = \\
 &= \frac{1}{EI_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 4,5 \left(\frac{2}{3} \cdot 9,35 + \frac{1}{3} \cdot 2,6 \right) \right] + \frac{1 \cdot 0}{k} = \frac{101,66}{EI_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta_{22} &= \sum \int \frac{M_2 M_2}{EI} dx + \sum \frac{R_2 R_2}{k} = \\
 &= \frac{1}{EI_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 4,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4,5 \right] + \frac{0}{k} = \frac{42,96}{EI_2}
 \end{aligned}$$

Sprawdzenie współczynników δ_{ik}

$$\begin{aligned}
 \delta_{33} &= \sum \int \frac{M_3 M_3}{EI} dx + \sum \frac{R_3 R_3}{k} = \\
 &= \frac{1}{EI_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 13,85 \left(\frac{2}{3} \cdot 13,85 + \frac{1}{3} \cdot 2,6 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 2,6 \left(\frac{2}{3} \cdot 2,6 + \frac{1}{3} \cdot 13,85 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 \right] + \frac{1}{EI_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 2,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,4 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 \right] + \frac{1 \cdot 1}{k} = \frac{539,32}{EI_2} + \frac{32,65}{0,2649 EI_2} + \frac{1}{0,4602 EI_2} = \frac{663,89}{EI_2} \\
 \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} &= \frac{663,88}{EI_2}
 \end{aligned}$$

$$\delta_{ss} = \sum \delta_{ik} \Rightarrow \text{OK}$$

$$\delta_{1p} = \sum \int \frac{M_1 M_p^0}{E y} dx + \sum \frac{R_1 R_p^0}{k} =$$

$$= \frac{1}{E y_2} \left[-\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 407,05 \left(\frac{2}{3} \cdot 9,35 + \frac{1}{3} \cdot 2,6 \right) - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 122,7 \left(\frac{2}{3} \cdot 2,6 + \frac{1}{3} \cdot 9,35 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3} \frac{14,8 \cos L \cdot 6,364^2}{8} \cdot 6,364 \cdot \frac{(9,35 + 2,6)}{2} \right] + \frac{1}{E y_1} \left[-\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 83,70 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \cdot 2,88 \cdot 46,36 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,44 - \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 46,36 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,44 + \frac{1}{3} \cdot 2,4 \right) - \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 61,90 \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2,4 + \frac{1}{3} \cdot 1,44 \right) + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 61,90 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 \right] + \frac{1 \cdot 0}{k} = \frac{-9446,70}{E y_2} + \frac{-364,27}{0,2649 E y_2} =$$

$$= \frac{-11121,8}{E y_2}$$

Sprawdzenie współczynników δ_{ip}

$$\delta_{2p} = \sum \int \frac{M_2 M_p^0}{E y} dx + \sum \frac{R_2 R_p^0}{k} =$$

$$= \frac{1}{E y_2} \left[-\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 407,05 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4,5 - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 122,7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4,5 + \frac{2}{3} \frac{14,8 \cos L \cdot 6,364^2}{8} \cdot 6,364 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4,5 \right] + \frac{0 \cdot 0}{k} = \frac{-3965,6}{E y_2}$$

$$\delta_{sp} = \sum \int \frac{M_s M_p^0}{E y} dx + \sum \frac{R_s R_p^0}{k} =$$

$$= \frac{1}{E y_2} \left[-\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 407,05 \left(\frac{2}{3} \cdot 13,85 + \frac{1}{3} \cdot 2,6 \right) - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 122,70 \left(\frac{2}{3} \cdot 2,6 + \frac{1}{3} \cdot 13,85 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3} \frac{14,8 \cos L \cdot 6,364^2}{8} \cdot 6,364 \cdot \frac{13,85 + 2,6}{2} \right] + \frac{1}{E y_1} \left[-\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 83,70 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \cdot 2,88 \cdot 46,36 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,44 - \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 46,36 \left(\frac{2}{3} \cdot 1,44 + \frac{1}{3} \cdot 2,4 \right) - \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 61,90 \left(\frac{2}{3} \cdot 2,4 + \frac{1}{3} \cdot 1,44 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 61,90 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,6 \right] = \frac{-13412,33}{E y_2} + \frac{-364,27}{0,2649 E y_2} = - \frac{15087,45}{E y_2}$$

$$\delta_{1p} + \delta_{2p} = \frac{-15087,4}{E y_2}$$

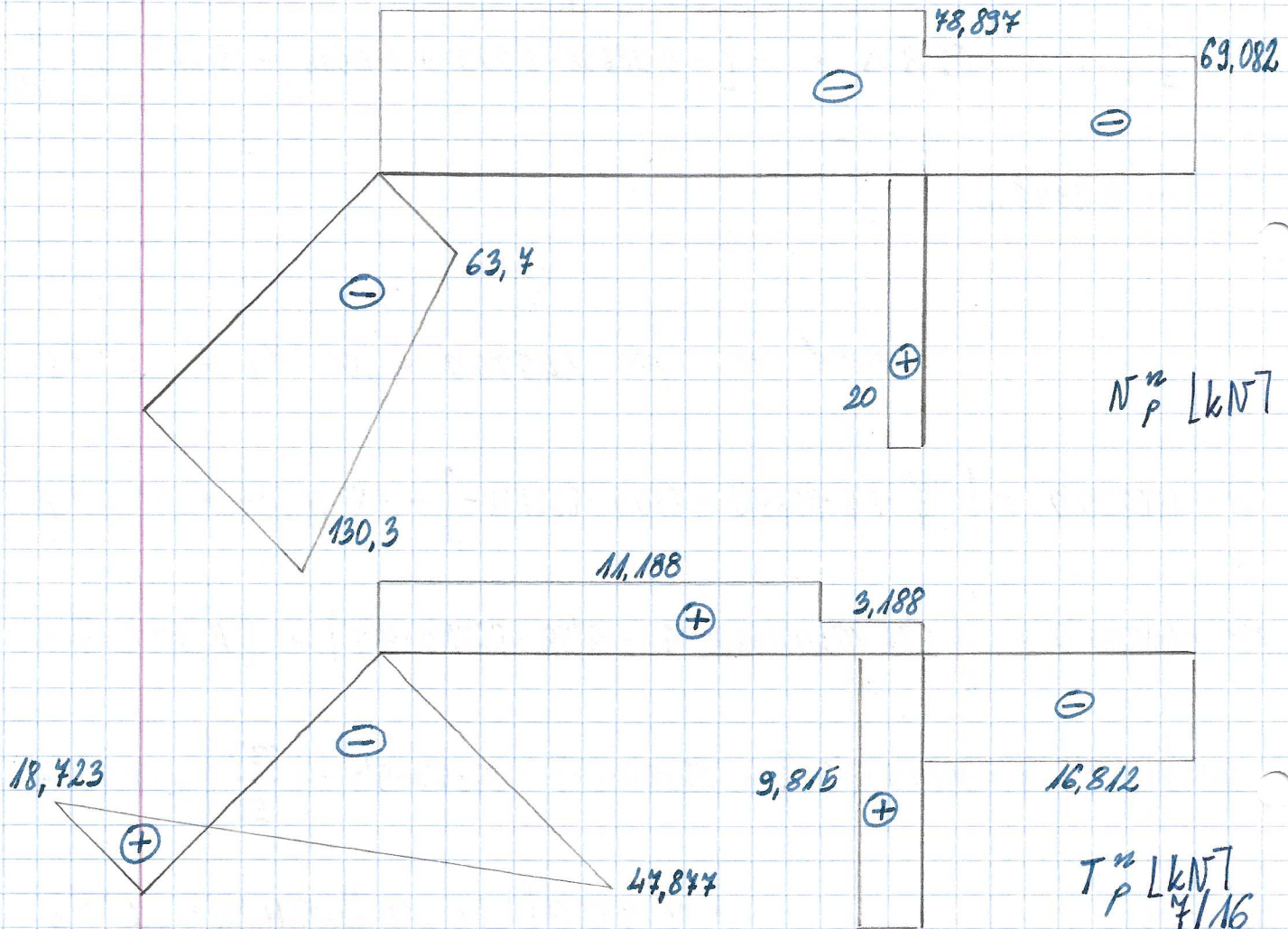
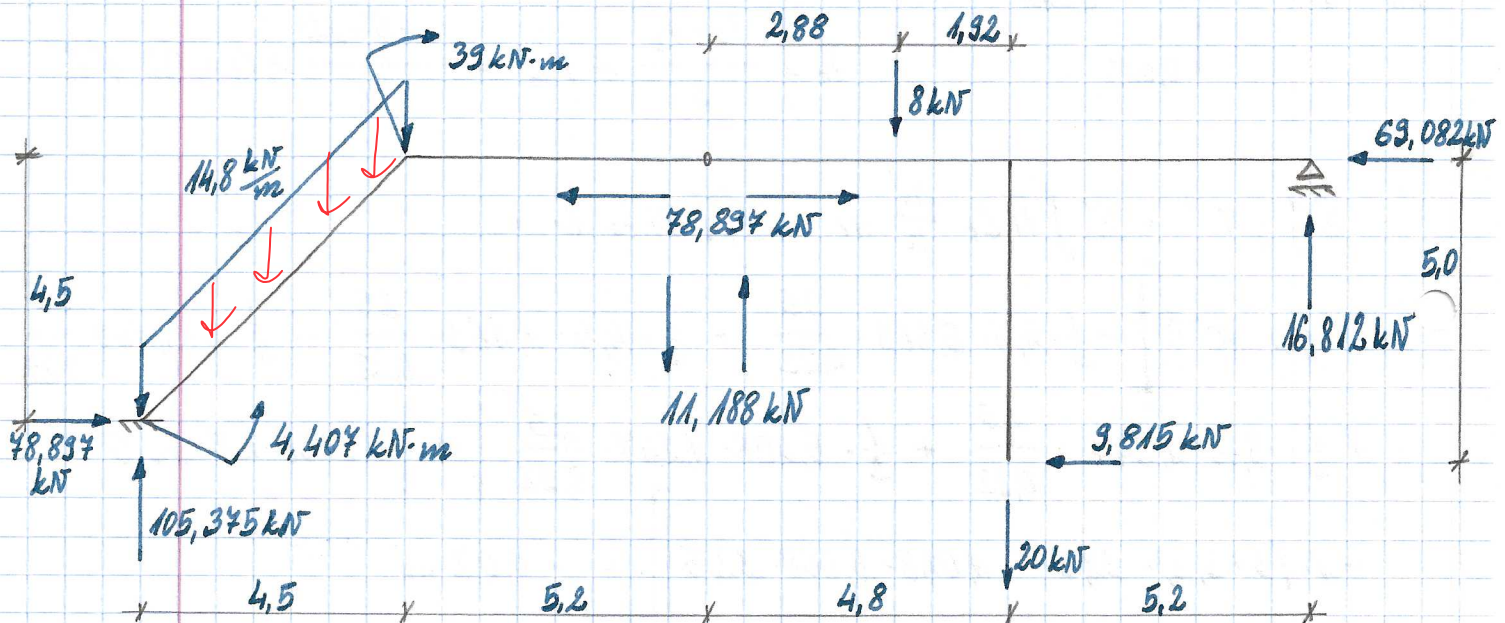
$$\delta_{sp} = \sum \delta_{ip} \Rightarrow \infty$$

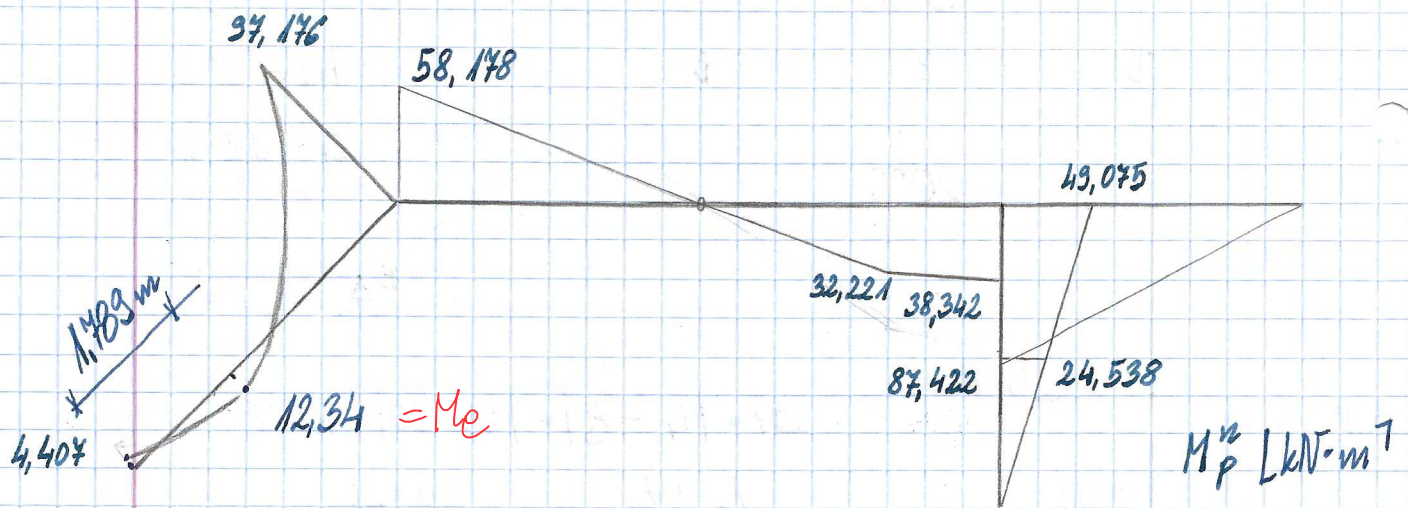
$$\begin{cases} S_{11} x_1 + S_{12} x_2 + S_{1P} = 0 \\ S_{21} x_1 + S_{22} x_2 + S_{2P} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{414,6}{E I_2} x_1 + \frac{101,66}{E I_2} x_2 - \frac{11121,8}{E I_2} = 0 \\ \frac{101,66}{E I_2} x_1 + \frac{42,96}{E I_2} x_2 - \frac{3965,6}{E I_2} = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 9,815 \text{ kN}$$

$$x_2 = 69,082 \text{ kN}$$





Sprawdzenie kinematyczne (cykles $\bar{M}^0$ na str 4)

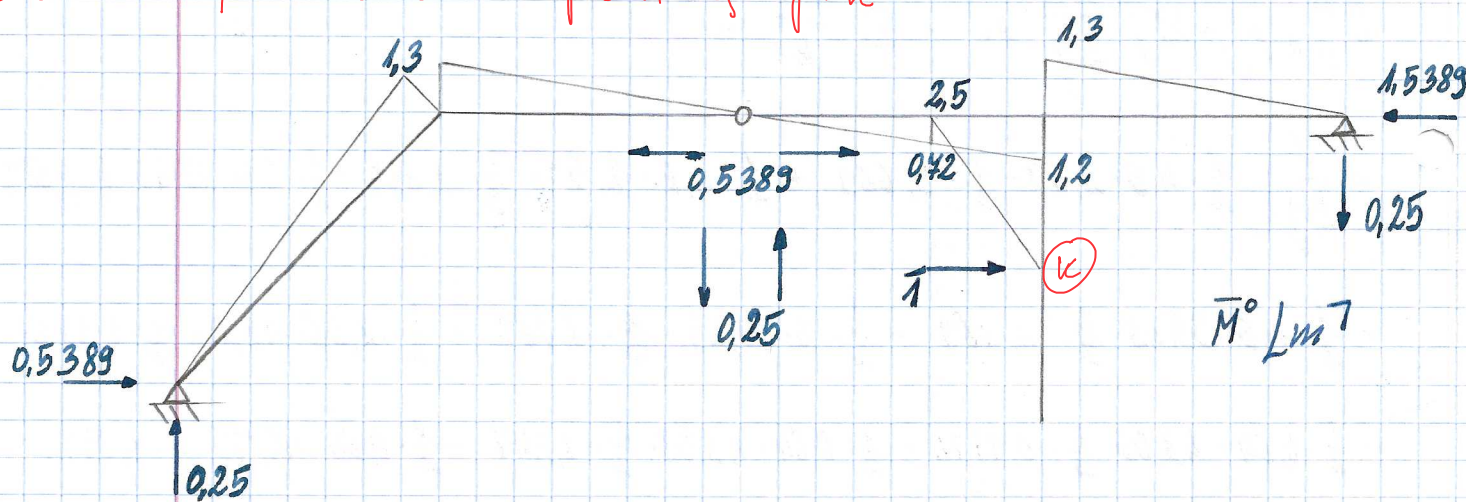
$$\begin{aligned} \delta_{v''p''}^E &= \sum \int \frac{\bar{M}^0 M_p''}{E_y} dx + \sum \frac{\bar{R}^0 R_p''}{k} = \\ &= \frac{1}{E_{y2}} \left[\frac{1}{2} \cdot 6.364 \cdot 4.407 \left(\frac{2}{3} \cdot 18.7 + \frac{1}{3} \cdot 5.2 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6.364 \cdot 97.176 \left(\frac{2}{3} \cdot 5.2 + \frac{1}{3} \cdot 18.7 \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} \cdot \frac{14.8 \cos L \cdot 6.364^2}{8} \cdot 6.364 \cdot \frac{18.7 + 5.2}{2} - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 49.075 \cdot \frac{2}{3} \cdot 10 \right] + \\ &+ \frac{1}{E_{y1}} \left[\frac{1}{2} \cdot 5.2 \cdot 58.178 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5.2 + \frac{1}{2} \cdot 2.88 \cdot 32.221 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2.88 + \frac{1}{2} \cdot 1.92 \cdot 32.221 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2.88 + \frac{1}{3} \cdot 4.8 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 1.92 \cdot 38.342 \left(\frac{2}{3} \cdot 4.8 + \frac{1}{3} \cdot 2.88 \right) - \frac{1}{2} \cdot 5.2 \cdot 87.422 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5.2 \right] \\ &- \frac{2 \cdot 3.815}{k} = \frac{-305.51}{E_{y2}} + \frac{87.50}{0.2649 E_{y2}} - \frac{19.63}{0.4602 E_{y2}} = \frac{-1.02}{E_{y2}} \quad \left| \delta_{v''p''}^E \right| \approx \frac{1}{E_{y2}} \\ &\Rightarrow \text{OK} \end{aligned}$$

Obliczenie momentu ekstremalnego M_e :

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{V_A \cos L - H_A \sin L}{g \cos L} = \\ &= \frac{105.375 \cdot 0.4071 - 78.897}{14.8 \cdot 0.4071} = \\ &= 1.489 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_e &= V_A \cdot x_0 \cdot \cos L - H_A \cdot x_0 \cdot \sin L + M_A - 14.8 \cdot x_0 \cdot \frac{x_0 \cos L}{2} = \\ &= 105.375 \cdot 1.489 \cdot 0.4071 - 78.897 \cdot 1.489 \cdot 0.4071 - 4.407 - 14.8 \cdot 1.489^2 \cdot 0.5 \cdot \sqrt{8/16} \\ &\quad \cdot 0.4071 = 12.34 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Обчислення прямих витрат розіомного р.к



$$\begin{aligned} \delta_{k''}^H P'' &= \sum \int \frac{\bar{M}^0 M_P''}{E y} dv + \sum \frac{\bar{R}^0 R_P''}{k} = \\ &= \frac{1}{E y_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 4,404 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,3 + \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 97,176 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3 - \frac{2}{3} \cdot \frac{14,8 \cos 2 \cdot 6,364^2}{8} \cdot \right. \\ &\quad \cdot 6,364 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,3 - \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 25 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 49,075 + \frac{1}{3} \cdot 24,538 \right) \left. \right] + \frac{1}{E y_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 58,178 \cdot \right. \\ &\quad \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3 + \frac{1}{2} \cdot 2,88 \cdot 32,221 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,42 + \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 32,221 \left(\frac{2}{3} \cdot 0,42 + \frac{1}{3} \cdot 1,2 \right) + \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 38,342 \left(\frac{2}{3} \cdot 1,2 + \frac{1}{3} \cdot 0,42 \right) - \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 87,422 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3 \left. \right] + \frac{0,9,815}{k} = \\ &= \frac{0,154}{E y_2} + \frac{21,876}{0,2649 E y_2} = \frac{82,739}{E y_2} = 6,912 \cdot 10^{-3} = 0,006912 \text{ m} \end{aligned}$$

Sprawdzenie naprężeń

$$\sigma_{\text{DOPUSZCZALNE}} = 235 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} I \quad M_{\text{max}} &= 87,422 \text{ kN}\cdot\text{m} & W_1 &= 216 \text{ cm}^3 & N_1 &= -63,082 \text{ kN} \\ A_1 &= 43 \text{ cm}^2 & \sigma &= \left| \frac{8742,2}{216} \right| + \left| \frac{-63,082}{43} \right| = 42,08 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 420,8 \text{ MPa} \end{aligned}$$

II $M_{\max} = 94,146 \text{ kN} \cdot \text{m} = 9414,6 \text{ kN} \cdot \text{cm}$ $W_2 = 540 \text{ cm}^3$ $N_2 = -63,4 \text{ kN}$
 $A_2 = 78,1 \text{ cm}^2$ $\sigma = \left| \frac{9414,6}{540} \right| + \left| \frac{-63,40}{78,10} \right| = 17,86 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 178,6 \text{ MPa}$

Maksymalne naprężenia normalne przekroczkowe dla przekroju pierwszego. 9/16

Wpływ zmian temperatury

$$t_m = 16^\circ\text{C}$$

$$L_t = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$h_1 = 0,14 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,20 \text{ m}$$

A

B

C

D

E

F

$$55^\circ\text{C}$$

$$-25^\circ\text{C}$$

$$35^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{AB} = \Delta t_{BC} = \Delta t_{CD} = |55 - (-25)| = 80^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{DE} = |55 - 35| = 20^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{DF} = |35 - (-25)| = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta t = |t_1 - t_2|$$

$$t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2} - t_m$$

$$t_{0AB} = t_{0BC} = t_{0CD} = \frac{55 - 25}{2} - 16^\circ\text{C} = -1^\circ\text{C}$$

$$t_{0DE} = \frac{55 + 35}{2} - 16 = 29^\circ\text{C}$$

$$t_{0DF} = \frac{35 - 25}{2} - 16 = -11^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1T} = & 1,2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{0,20} \left(-\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 3,35 \cdot 80 - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 2,6 \cdot 80 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 60 \right) + \right. \\ & + \frac{1}{0,14} \left(-\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot 80 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 2,4 \cdot 80 - \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot 20 \right) + \left(-0,3536 \cdot 6,364 \cdot \right. \\ & \left. \left. \cdot (-1) - 1 \cdot 10 \cdot (-1) \right) \right] = -0,15581823 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{2T} = & 1,2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{0,20} \left(-\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 4,5 \cdot 80 \right) + \left(-0,4041 \cdot 6,364 \cdot (-1) - 1 \cdot 10 \cdot (-1) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 1 \cdot 5,2 \cdot 29 \right) \right] = -0,04036680 \end{aligned}$$

Sprawdzenie współczynników δ_{iT}

$$\delta_{ST} = 1,2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{0,20} \left(-\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 13,85 \cdot 80 - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 2,6 \cdot 80 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 60 \right) + \frac{1}{0,14} \left(-\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot 80 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 2,4 \cdot 80 - \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,6 \cdot 20 \right) +$$

$$\left. + (-1,061 \cdot 6,364 \cdot (-1) - 2 \cdot 10 \cdot (-1) - 1 \cdot 5,2 \cdot 29) \right] = -0,22618501$$

$$\delta_{1T} + \delta_{2T} = -0,22618503$$

$$\delta_{ST} = \sum \delta_{iT} \Rightarrow \Delta K$$

$$\begin{cases} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \delta_{1T} = 0 \\ \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \delta_{2T} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = \frac{417,6}{E y_2}$$

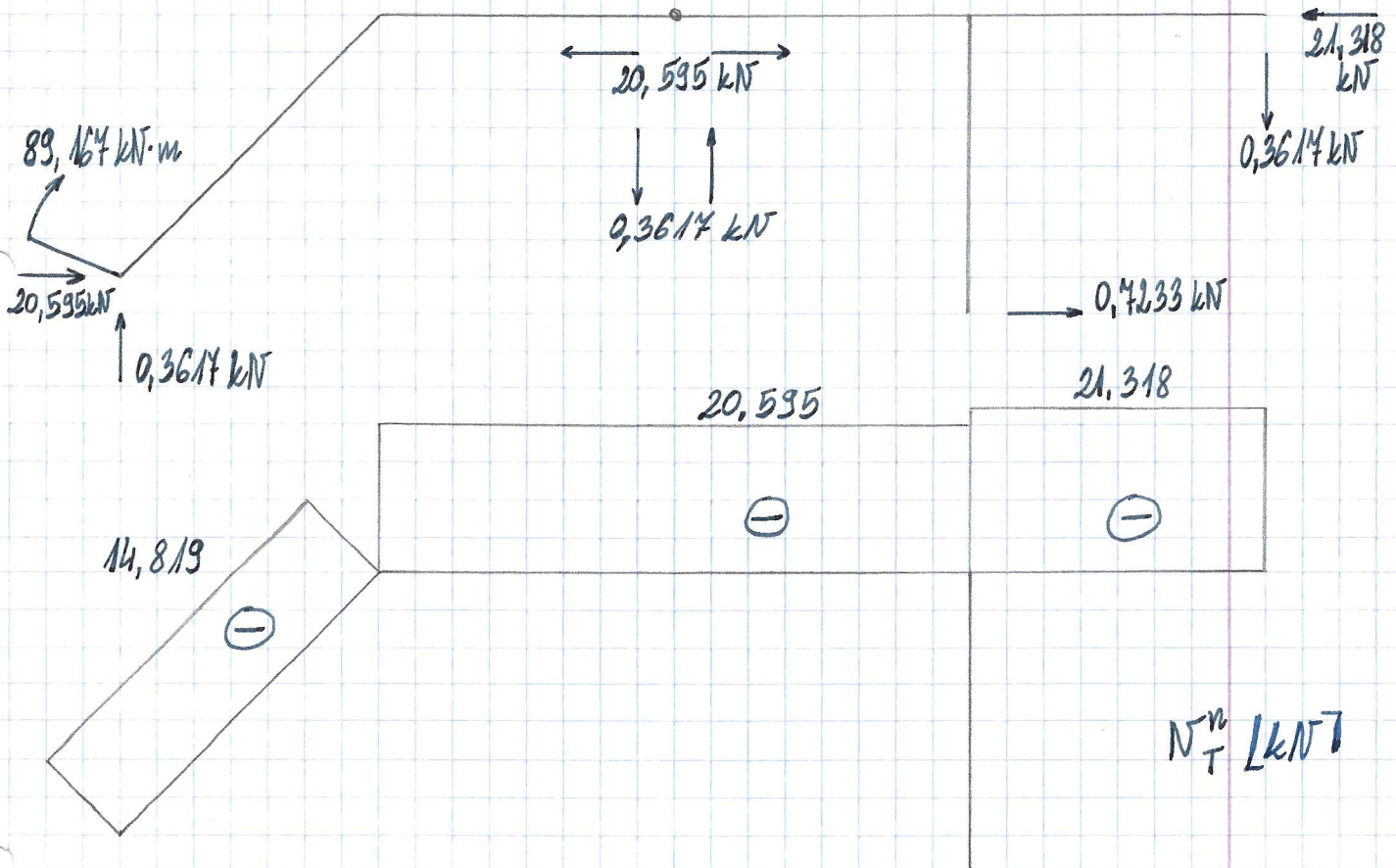
$$\delta_{22} = \frac{42,96}{E y_2}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{101,66}{E y_2}$$

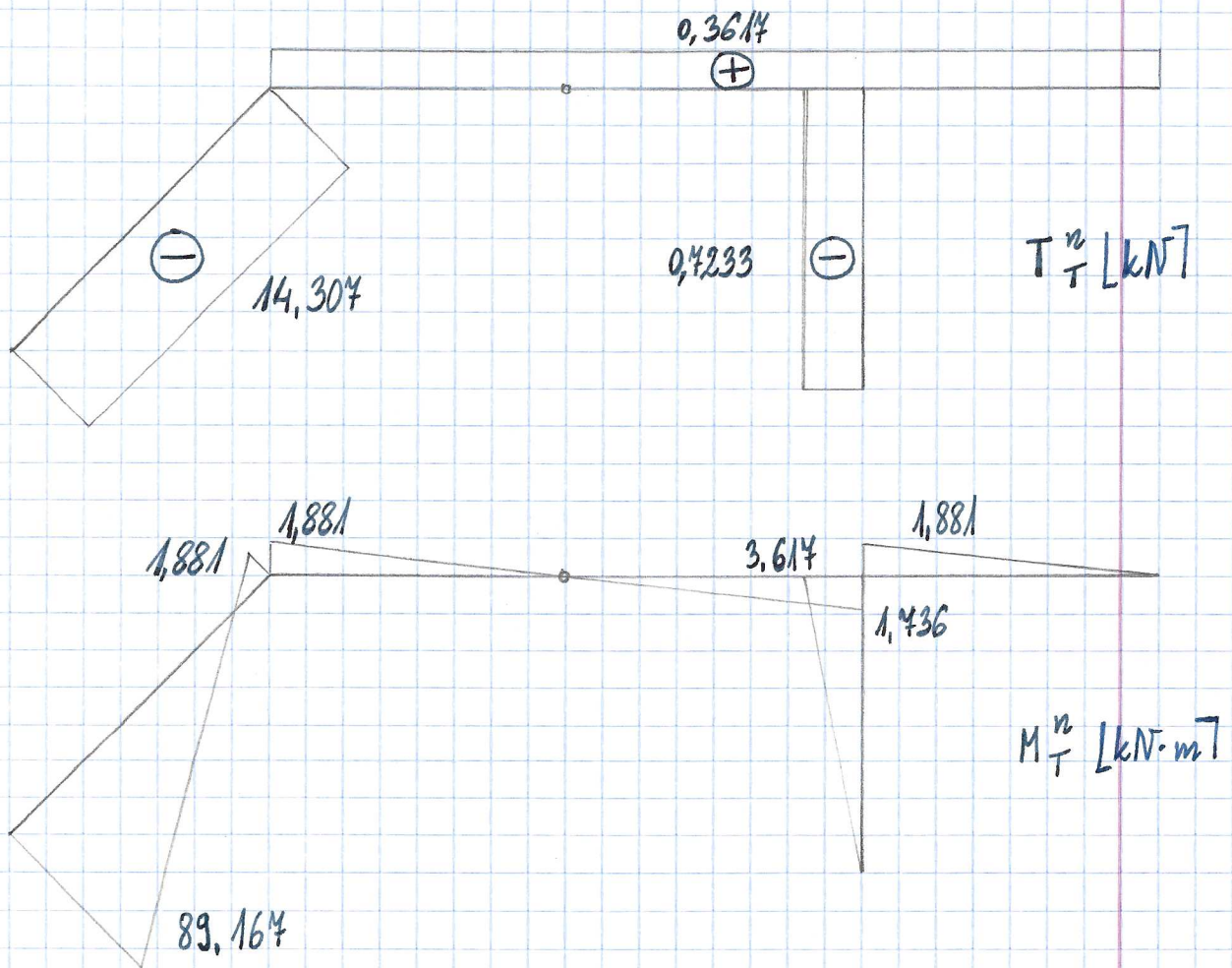
$$\begin{cases} 417,6 x_1 + 101,66 x_2 - 0,15581823 E y = 0 \\ 101,66 x_1 + 42,96 x_2 - 0,04036680 E y = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = -0,7233 \text{ kN}$$

$$x_2 = 21,318 \text{ kN}$$



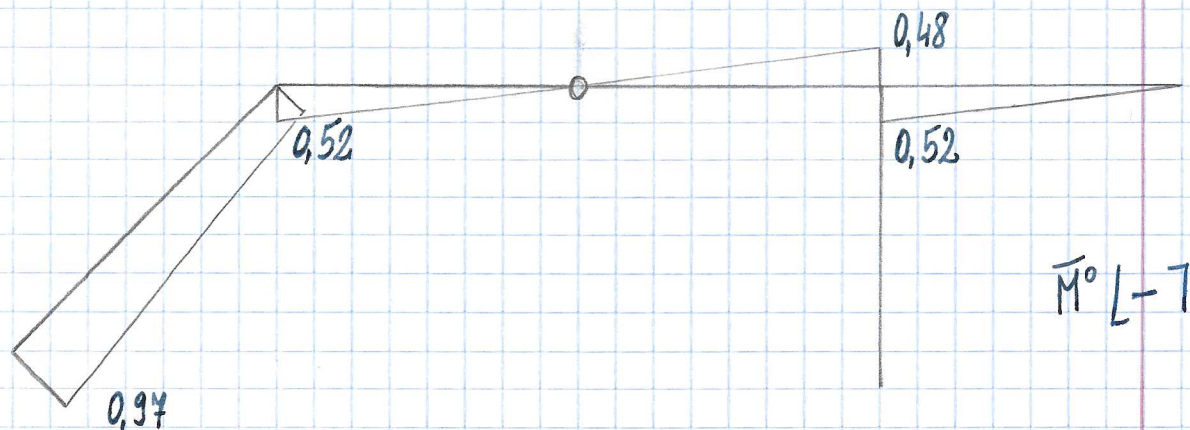
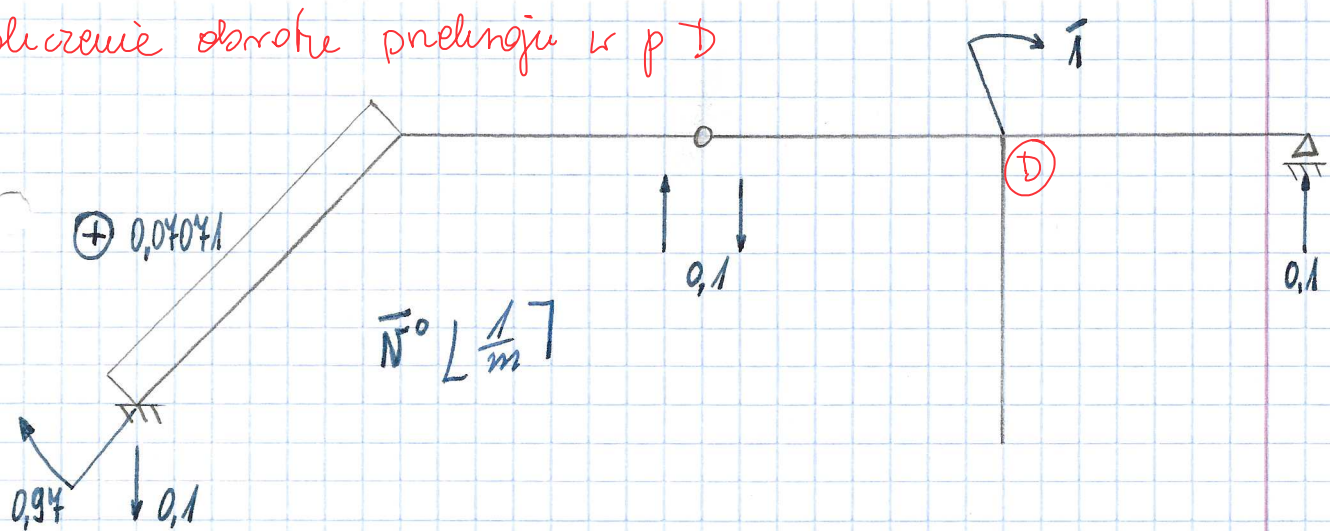
N_T^N [kN]



kontrola kinematyczna (cykliczny $\bar{M}^0$, $\bar{N}^0 \rightarrow \text{str. 4}$)

$$\begin{aligned}
 \delta_{E''}^V T'' &= \sum \int \frac{M_T'' \bar{M}^0}{E y} dx + \sum \frac{R_T'' \bar{R}^0}{k} + \sum \int \bar{M}^0 L + \frac{\Delta t}{h} dx + \sum \int \bar{N}^0 L + t_0 dx = \\
 &= \frac{1}{E y_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 1,881 \left(\frac{2}{3} \cdot 5,2 + \frac{1}{3} \cdot 18,4 \right) - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 89,164 \left(\frac{1}{3} \cdot 18,4 + \frac{1}{3} \cdot 5,2 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,614 \right] + \frac{1}{E y_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 1,881 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,2 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 1,436 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4,8 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 1,881 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,2 \right] + \frac{2 \cdot 0,4233}{k} + 1,2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{0,20} \left(\frac{18,4 + 5,2}{2} \cdot 6,364 \cdot 80 - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 60 \right) + \frac{1}{0,14} \left(\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 5,2 \cdot 80 - \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 4,8 \cdot 80 + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 5,2 \cdot 20 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \left(6,364 \cdot 0,4041 \cdot (-1) + 10 \cdot 2 \cdot (-1) \right) \right] = -4,8 \cdot 10^{-6} \approx 0
 \end{aligned}$$

Obliczenie obrotu prętku w p D



$$\begin{aligned}
 \varphi^D_{„T”} &= \sum \int \frac{M_T^2 \bar{M}^0}{EI} dx + \sum \frac{R_T^2 \bar{R}^0}{k} + \sum \int \bar{M}^0 \Delta \frac{\Delta t}{h} dx + \sum \int \bar{N}^0 \Delta t_{to} dx = \\
 &= \frac{1}{EI_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 89,164 \left(\frac{2}{3} \cdot 0,94 + \frac{1}{3} \cdot 0,52 \right) - \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 1,881 \left(\frac{2}{3} \cdot 0,52 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{3} \cdot 0,94 \right) \right] + \frac{1}{EI_1} \left[-\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 0,52 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,881 - \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 0,48 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,736 - \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot \right. \\
 &\quad \left. \cdot 0,52 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,881 \right] + 1,2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{0,20} \left(-\frac{0,94+0,52}{2} \cdot 6,364 \cdot 80 \right) + \frac{1}{0,14} \left(-\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot 0,52 \cdot 80 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 0,48 \cdot 80 - \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 0,52 \cdot 20 \right) + \left(6,364 \cdot 0,04041 \cdot (-1) \right) \right] = \\
 &= -8,839 \cdot 10^{-3} = -0,008839 \text{ rad}
 \end{aligned}$$

czyli 0,008839 rad w lewo

Wpływ
osiadanie
podpór

$$\delta_{11} = \frac{414,6}{E y_2}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{101,66}{E y_2}$$

$$\delta_{22} = \frac{42,96}{E y_2}$$

$$\delta_{1\Delta} = -\sum R_1 \Delta = -\left(-9,35 \cdot 2,9 \cdot \frac{\pi}{180} + 1 \cdot 0,013 - 0,5 \cdot 0,033\right) = 0,47643$$

$$\delta_{2\Delta} = -\sum R_2 \Delta = -\left(-4,5 \cdot 2,9 \cdot \frac{\pi}{180} + 1 \cdot 0,013\right) = 0,21446$$

sprawdzenie współczynników $\delta_{i\Delta}$

$$\delta_{5\Delta} = -\sum R_5 \Delta = -\left(-13,85 \cdot 2,9 \cdot \frac{\pi}{180} + 2 \cdot 0,013 - 0,5 \cdot 0,033\right) = 0,69149$$

$$\delta_{1\Delta} + \delta_{2\Delta} = 0,69149$$

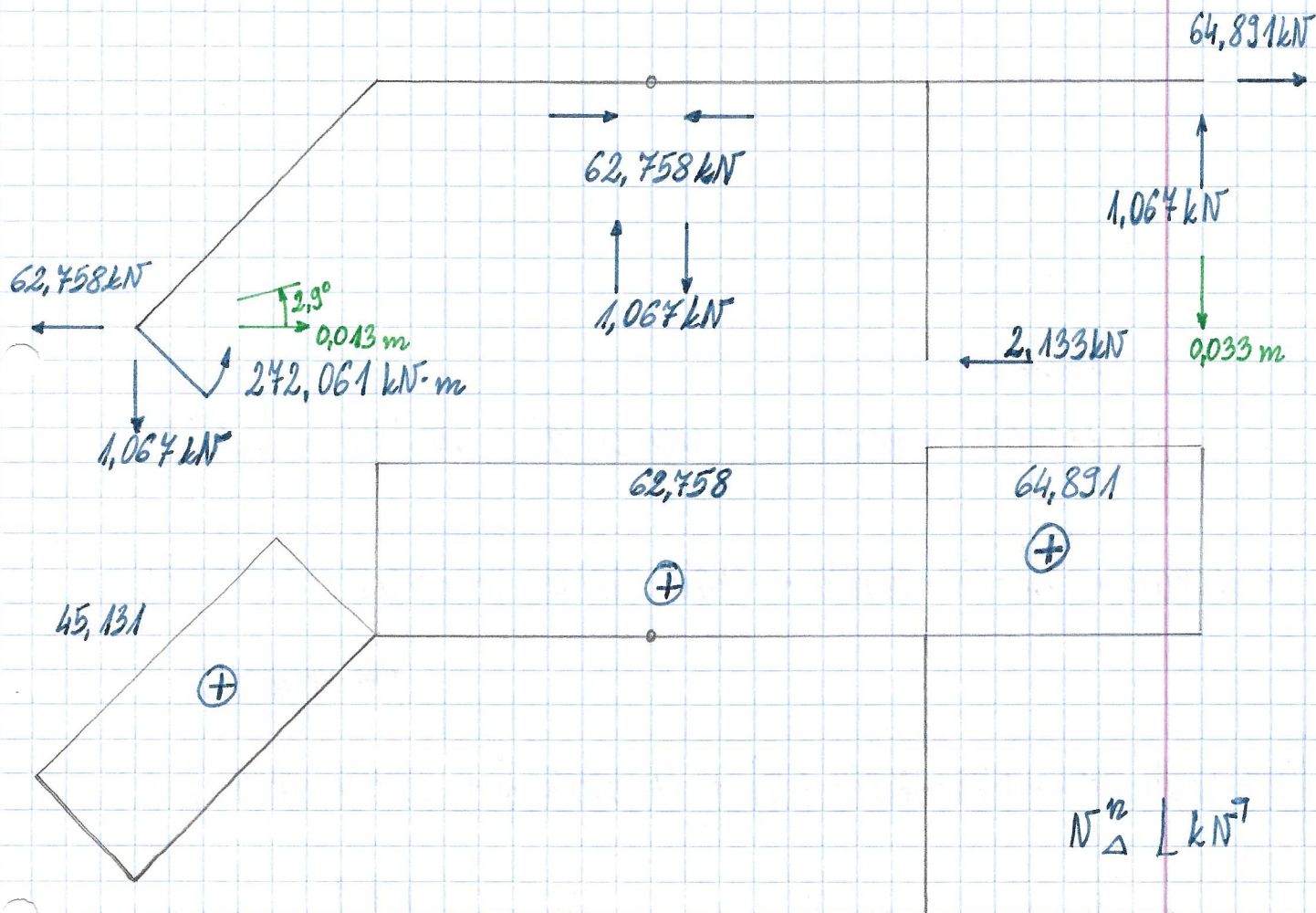
$$\delta_{5\Delta} = \sum \delta_{i\Delta} \Rightarrow \text{OK}$$

$$\begin{cases} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \delta_{1\Delta} = 0 \\ \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \delta_{2\Delta} = 0 \end{cases}$$

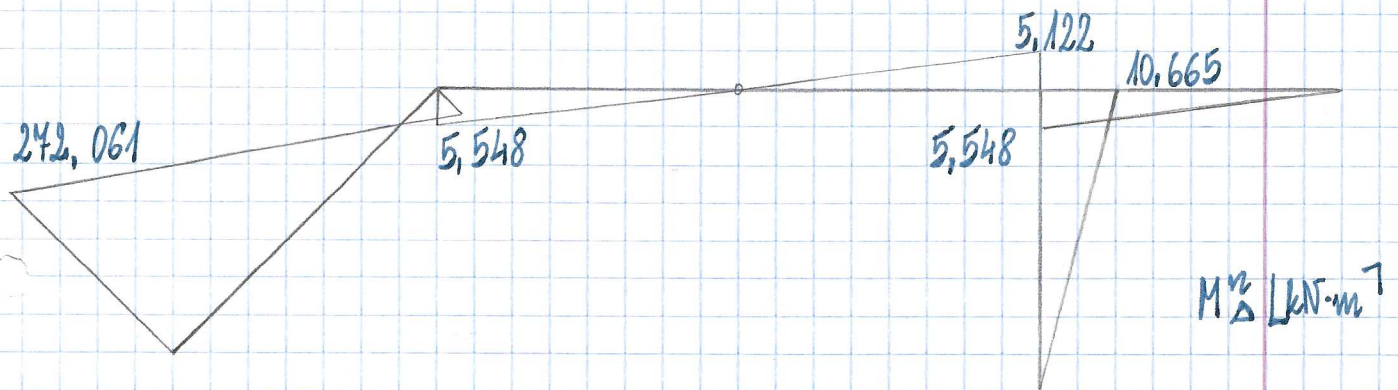
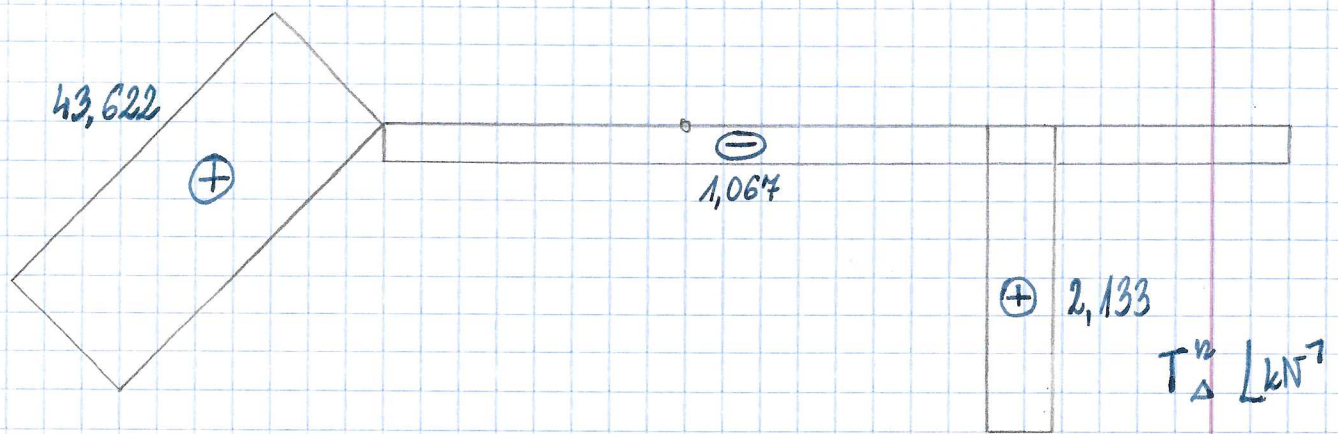
$$\begin{cases} 414,6 x_1 + 101,66 x_2 + 0,47643 E y_2 = 0 \\ 101,66 x_1 + 42,96 x_2 + 0,21446 E y_2 = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 2,133 \text{ kN}$$

$$x_2 = -64,831 \text{ kN}$$



$$N_{\Delta}^{\text{II}} \text{ [kN]}$$



kontrola kinematyczna (wykres $\bar{M}^0 \rightarrow$ str. 4)

$$\delta_{E''}^V \Delta'' = \sum \int \frac{M_k^* \bar{M}^0}{EJ} + \sum \frac{R_k^* \bar{R}^0}{k} - \sum \bar{R}^0 \Delta =$$

$$= \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6.364 \cdot 18.4 \left(\frac{2}{3} \cdot 242.061 - \frac{1}{3} \cdot 5.548 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6.364 \cdot 5.2 \left(\frac{1}{3} \cdot 242.061 - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3} \cdot 5.548 \right) - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot 10.665 \Big] + \frac{1}{EJ_1} \left[-\frac{1}{2} \cdot 5.2 \cdot 5.2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5.548 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \cdot 4.8 \cdot 4.8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5.122 - \frac{1}{2} \cdot 5.2 \cdot 5.2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5.548 \right] - \frac{2 \cdot 2.133}{k} - (1 \cdot 0.033 -$$

$$- 2 \cdot 0.013 + 18.4 \cdot 2.9 \cdot \frac{\pi}{180}) =$$

$$= \frac{11943.9}{EJ_2} - \frac{139.35}{EJ_1} - \frac{4.266}{k} - 0.95349 =$$

$$= \frac{11943.9}{EJ} - \frac{139.35}{0.2649 EJ} - \frac{4.266}{0.17602 EJ} - \frac{0.95349 \cdot 11970}{EJ} = -\frac{1.034}{EJ}$$

$$|\delta_{E''}^V \Delta''| \cong \frac{1}{EJ} \Rightarrow \delta_{E''}^V \cong 0 \Rightarrow OK$$

Obliczenie obrotu przekroju w punkcie D

$$\varphi_{D''} \Delta'' = \sum \int \frac{M_{\Delta}'' \bar{M}^{\circ}}{EY} dx + \sum \frac{R_{\Delta}'' R^{\circ}}{k} - \sum \bar{R}^{\circ} \Delta =$$

$$= \frac{1}{EY_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 0,94 \left(-\frac{2}{3} \cdot 242,061 + \frac{1}{3} \cdot 5,548 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6,364 \cdot 0,52 \left(-\frac{1}{3} \cdot 242,061 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{3} \cdot 5,548 \right) \right] + \frac{1}{EY_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 0,52 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,548 + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 0,48 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,122 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 0,52 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,548 \right] - \left(-0,1 \cdot 0,033 - 0,94 \cdot 2,9 \cdot \frac{\pi}{180} \right) = -0,0015526 \text{ rad}$$

0,0015526 rad w lewo

[illegible]

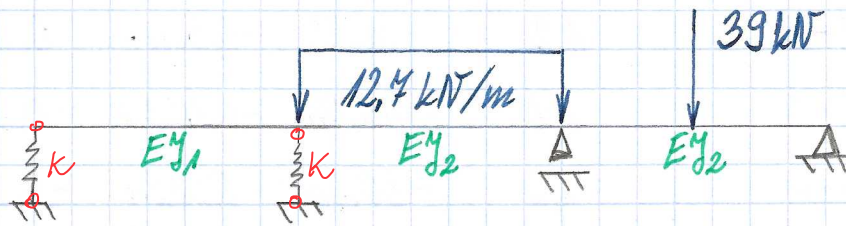
Delta sp																													
364,2487 / E1	-13712,2433 / E2	/ k1	/ k2	-15087,22 / E10	-15087,2220		1848,7744 1848,7744	0,0000 1848,7744	-13081,8096 -13081,8096	-2479,2080 -2479,2080	0,0000 -15561,0177	-377,2044 -377,2044	0,0000 0,0000	-377,2044 0,0000	0,0000 0,0000	-64,0832 -64,0832	-64,0832 0,0000	-78,3239 -78,3239	-123,6035 -123,6035	-201,9274 0,0000	278,9663 278,9663	0,0000 0,0000	278,9663 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000
Równanie metody sił od obciążeń P																													
Delta 11 Delta 12	x1 x1	+	Delta 12 Delta 22	x2 x2	+	Delta 1p Delta 2p	= =	0,0000 0,0000																					
417,5935 101,6643	x1 x1		101,6643 42,9567	x2 x2		-11121,6400 -3965,5820	= =	0,0000 0,0000																					
W	=	7602,8272		W1	=	74591,3395		W2	=	525327,6109																			
x1	=	9,811		x2	=	69,096																							
Moment zginający w układzie niewyznaczalnym od obciążeń P																													
q1 q2 x1	14,80 - =	P1 P2 9,811	8,00 - x2	M1 M2 =	39,00 - =	Mp Np Rp		q prostop. VA	= 105,3771	10,4652	4,3847 -130,3088 HA	97,1906 -63,7088 78,9074	58,1906 0,0000 MA	0,0000 0,0000 -4,3847	0,0000 0,0000 VC	-32,2286 0,0000 11,1905	-32,2286 0,0000 HC	-38,3544 0,0000 78,9074	-87,4094 0,0000 VE	0,0000 0,0000 16,8095	49,0550 20,0000 HE	24,5275 0,0000 69,0963	24,5275 0,0000 HF	0,0000 0,0000 9,8110	0,0000 0,0000 0,0000				
Sprawdzenie kinematyczne																													
87,8261 / E1	-305,7185 / E2	/ k1	/ k2	0,00 / E10		-2686,0613 -2686,0613	0,0000 -2686,0613	198,1177 198,1177	2999,8084 2999,8084	0,0000 3197,9261	524,4913 524,4913	0,0000 0,0000	524,4913 0,0000	0,0000 89,1057	89,1057 89,1057	0,0000 0,0000	108,9070 108,9070	153,1721 153,1721	262,0791 0,0000	-787,8501 -787,8501	0,0000 0,0000	-787,8501 0,0000	-510,9896 -510,9896	-204,3958 -204,3958	0,0000 -715,3854	-102,1979 -102,1979	0,0000 0,0000	0,0000 -102,1979	
Przemieszczenie punku K																													
21,9565 / E1	0,2188 / E2	/ k1	/ k2	83,10 / E10		-146,1038 -146,1038	0,0000 -146,1038	6,0458 6,0458	268,0241 268,0241	0,0000 274,0700	131,1228 131,1228	0,0000 0,0000	131,1228 0,0000	0,0000 22,2764	22,2764 22,2764	0,0000 0,0000	27,2268 27,2268	38,2930 38,2930	65,5198 0,0000	-196,9625 -196,9625	0,0000 0,0000	-196,9625 0,0000	-102,1979 -102,1979	-25,5495 -25,5495	0,0000 -127,7474	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	
Delta 1T																													
Delta 1T Delta 1T	-12997,0 M	12,250 N		-0,155817 Suma				-15209,8669	2,2500		-3862,8571	5,2000		1184,9143	2,8800		2106,5143	1,9200		-965,7143	0,0000		2812,5000	0,0000		937,5000	0,0000		
Delta 2T																													
Delta 1T Delta 1T	-5727,6 M	-136,300 N		-0,070366 Suma				-5727,5649	4,5000		0,0000	5,2000		0,0000	2,8800		0,0000	1,9200		0,0000	-150,8000		0,0000	0,0000		0,0000	0,0000		
Delta 3T																													
Delta 1T Delta 1T	-18724,6 M	-124,050 N		-0,2261835 Suma		-0,2261835		-20937,4318	6,7500		-3862,8571	10,4000		1184,9143	5,7600		2106,5143	3,8400		-965,7143	-150,8000		2812,5000	0,0000		937,5000	0,0000		
Równanie metody sił od temperatury T																													
Delta 11 Delta 12	x1 x1	+	Delta 12 Delta 22	x2 x2	+	Delta 1p Delta 2p	= =	0,0000 0,0000																					
0,0349 0,0085	x1 x1		0,0085 0,0036	x2 x2		-0,1558 -0,0704	= =	0,0000 0,0000																					
W	=	0,0001		W1	=	0,0000		W2	=	0,0011																			
x1	=	-0,7248		x2	=	21,323																							
Moment zginający w układzie niewyznaczalnym od temperatury T																													
x1	=	-0,72479		x2	=	21,323		Mp Np Rp		VA	0,3624	-89,1772 -14,8215 HA	1,8844 -14,8215 20,5983	1,8844 0,0000 MA	0,0000 0,0000 89,1772	0,0000 0,0000 VC	-1,0437 0,0000 0,3624	-1,0437 -20,5983 HC	-1,7395 -20,5983 20,5983	1,8844 -21,3231 VE	0,0000 0,0000 -0,3624	-3,6239 0,0000 HE	-1,8120 0,0000 21,3231	-1,8120 0,0000 HF	0,0000 0,0000 -0,7248	0,0000 0,0000 0,0000			
Sprawdzenie kinematyczne																													
47,3294 / E1	-3910,8293 / E2	1,4496 / k1	/ k2	-3730,26 / E10	m			-4029,3917 -4029,3917	58,1637 58,1637	0,0000 -3971,2280	16,9851 16,9851	0,0000 0,0000	16,9851 0,0000	0,0000 2,8856	2,8856 2,8856	0,0000 0,0000	3,5268 3,5268	6,9468 6,9468	10,4736 0,0000	16,9851 16,9851	0,0000 0,0000	16,9851 0,0000	37,7492 37,7492	15,0997 15,0997	0,0000 52,8489	7,5498 7,5498	0,0000 0,0000	0,0000 7,5498	
Delta 1T Delta 1T	25994,0 M	-24,500 N		0,31163 Suma				30419,7337	-4,5000		7725,7143	-10,4000		-2369,8286	-5,7600		-4213,0286	-3,8400		1931,4286	0,0000		-5625,0000	0,0000		-1875,0000	0,0000		
Przemieszczenie kątowe punktu D																													
-4,7329 / E1	228,6657 / E2	0,0000 / k1	/ k2	210,80 / E10				232,6832 232,6832	-4,0175 -4,0175	0,0000 228,6657	-1,6985 -1,6985	0,0000 0,0000	-1,6985 0,0000	0,0000 0,0000	-0,2886 -0,2886	-0,2886 0,0000	0,0000 0,0000	-0,3527 -0,3527	-0,6947 -0,6947	-1,0474 0,0000	-1,6985 0,0000	0,0000 0,0000	-1,6985 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000		
Delta 1T Delta 1T	-2203,9 M	-0,450 N		-0,0088414 Suma	rad			-1896,4604	-0,4500		-772,5714	0,0000		236,9829	0,0000		421,3029	0,0000		-193,1429	0,0000		0,0000	0,0000		0,0000	0,0000		

Delta 1 O																									
Delta 1 O	=	0,476746			0,0000		-0,0130		0,4732		0,0000		0,0000		0,0165		0,0000		0,0000						
Delta 2 O																									
Delta 1 O	=	0,214765			0,0000		-0,0130		0,2278		0,0000		0,0000		0,0000		0,0000		0,0000						
Delta 5 O																									
Delta 1 O	=	0,691511	0,691511		0,0000		-0,0260		0,7010		0,0000		0,0000		0,0165		0,0000		0,0000						
Równanie metody sił od osiadiania																									
Delta 11	x1		x2	+	Delta 1p	=	0,0000																		
Delta 12	x1	+	x2	+	Delta 2p	=	0,0000																		
0,0349	x1	0,0085	x2		0,4767	=	0,0000																		
0,0085	x1	0,0036	x2		0,2148	=	0,0000																		
W	=	0,0001	W1	=	0,0001	W2	=	-0,0034																	
x1	=	2,1326	x2	=	-64,892																				
Moment zginający we układzie niewyznaczalnym od temperatury T																									
		Mp Np: Rp	VA	-1,0663	272,0745 45,1316 HA	-5,5447 45,1316 -62,7594	-5,5447 0,0000 IMA	-272,0745	0,0000 0,0000	0,0000 VC	-1,0663	3,0709 0,0000	3,0709 62,7594 HC	-62,7594	5,1182 62,7594	-5,5447 64,8920 VE	0,0000 0,0000 1,0663	64,8920 0,0000 HE	10,6629 0,0000 -64,8920	5,3314 0,0000 HF	5,3314 0,0000 2,1326	0,0000 0,0000			
x1	=	2,13258	x2	=	-64,892																				
Sprawdzenie kinematyczne																									
-139,2603 / EI1	11944,5947 / EI2	-4,2652 / k1	11413,30 / EI0		12293,4482 12293,4482	-171,1385 -171,1385	0,0000 12122,3097	-49,9763 -49,9763	0,0000 0,0000	-49,9763 0,0000	0,0000 0,0000	-8,4905 -8,4905	-8,4905 0,0000	-10,3772 -10,3772	-20,4400 -20,4400	-30,8172 0,0000	-49,9763 -49,9763	0,0000 0,0000	-49,9763 0,0000	-111,0718 -111,0718	-44,4287 -44,4287	0,0000 -155,5006	-22,2144 -22,2144	0,0000 0,0000	0,0000 -22,2144
Delta 1 O	=	-0,95349	0,00000	0,00000000	Suma	0,0000	0,0260	-0,9465	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0330	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					
Przemieszczenie katowe punktu D																									
13,9260 / EI1	-698,0824 / EI2	0,0000 / k1	-645,51 / EI0		-709,9033 -709,9033	11,8209 11,8209	0,0000 -698,0824	4,9976 4,9976	0,0000 0,0000	4,9976 0,0000	0,0000 0,0000	0,8490 0,8490	0,8490 0,0000	1,0377 1,0377	2,0440 2,0440	3,0817 0,0000	4,9976 4,9976	0,0000 0,0000	4,9976 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000	0,0000 0,0000
Delta 1 O	=	0,05240	-0,0015315	Suma	0,0000	0,0000	0,0491	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0033	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					

Ćwiczenie nr 2

Metoda sił - Belka

Schemat 5



1 przegub 3 pręty podporowe 1 tarcza sztywna
 $SSN = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 2$

Właściwości przyjęto:

Przekrój 1 IPN 100 $I_y = 171 \text{ cm}^4$ $W_y = 34,20 \text{ cm}^3$
 $EY_1 = 210 \text{ GPa} \cdot 171 \text{ cm}^4 = 359,1 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$

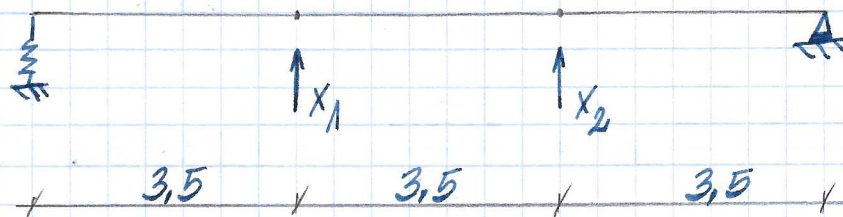
Przekrój 2 IPN 160 $I_y = 935 \text{ cm}^4$ $W_y = 117,0 \text{ cm}^3$
 $EY_2 = 210 \text{ GPa} \cdot 935 \text{ cm}^4 = 1963,5 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$

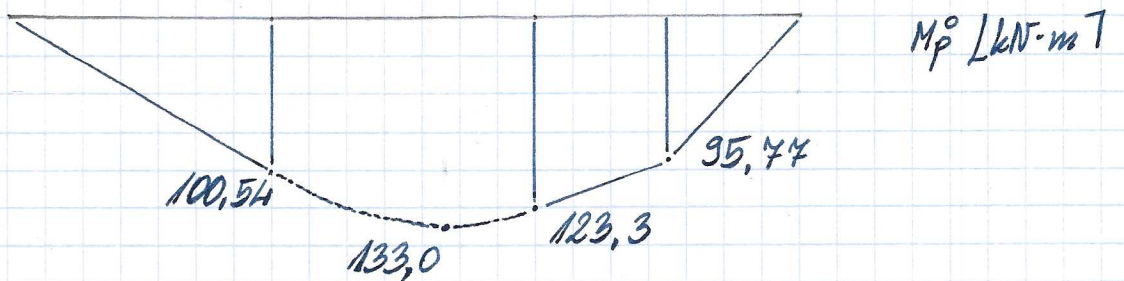
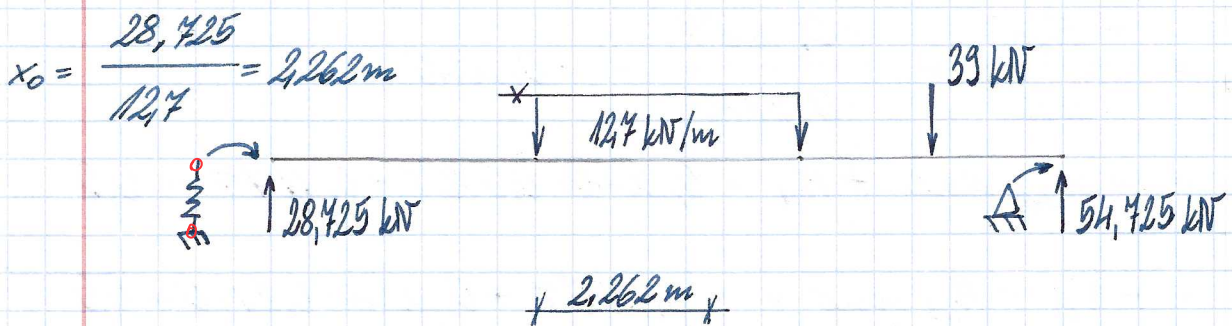
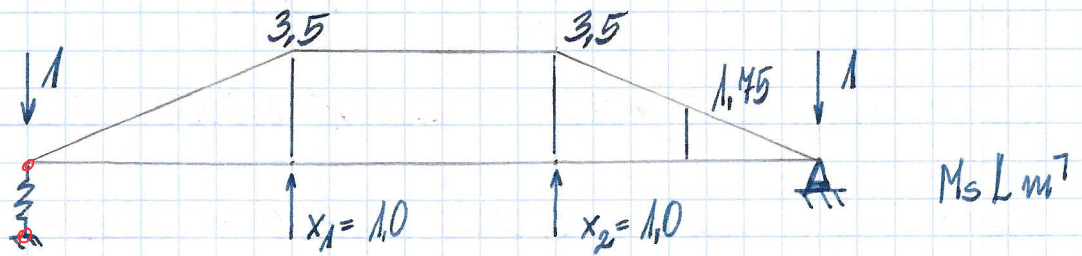
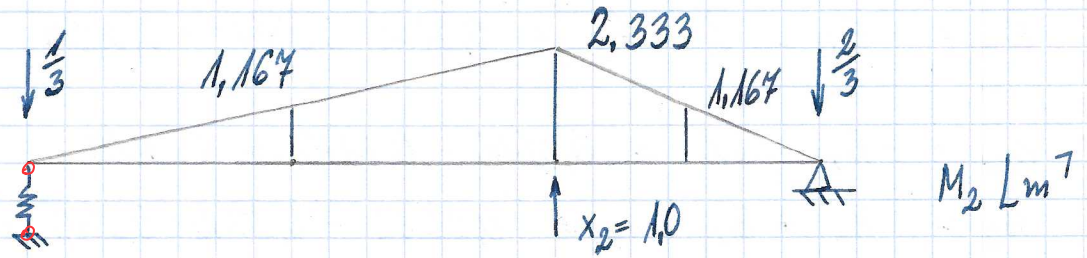
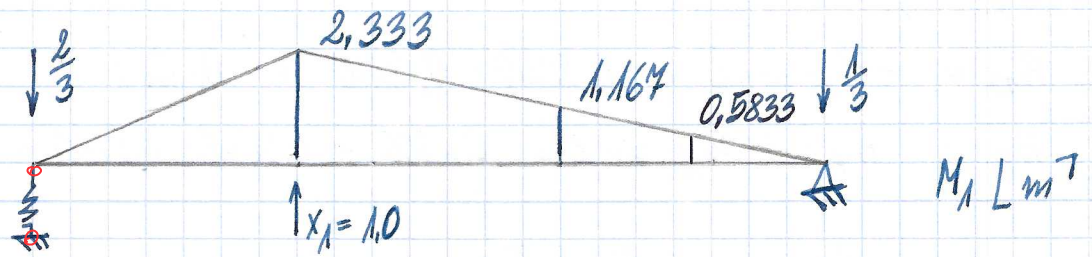
$$EY_0 = EY_2$$

$$\frac{EY_1}{EY_2} = \frac{359,1}{1963,5} = 0,1823 \quad EY_1 = 0,1823 EY_0$$

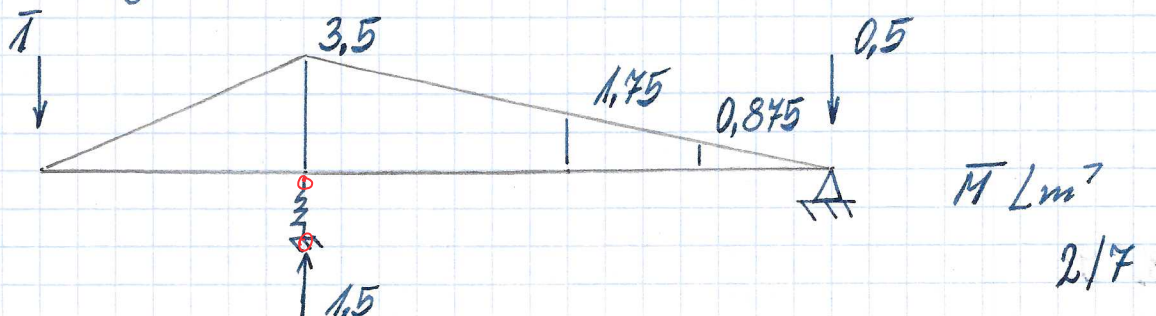
$$k = 2900 \text{ kN/m}$$

$$\frac{k}{EY_2} = \frac{2900}{1963,5} = 1,477 \quad k = 1,477 EY_0$$





Sprawdzenie kinematyczne:



$$\delta_{11} = \sum \int \frac{M_1 M_1}{EY} dx + \sum \frac{R_1 R_1}{k} = \frac{1}{EY_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 2,333 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,333 \right] +$$

$$+ \frac{1}{EY_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 7,0 \cdot 2,333 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,333 \right] + \frac{1}{k} \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot 1 \right] =$$

$$= \frac{6,350}{0,1829 EY} + \frac{12,70}{EY} + \frac{1,444}{1,444 EY} = \frac{48,40}{EY}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int \frac{M_1 M_2}{EY} dx + \sum \frac{R_1 R_2}{k} = \frac{1}{EY_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 2,333 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,167 \right] +$$

$$+ \frac{1}{EY_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 1,167 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 2,333 \left(\frac{2}{3} \cdot 1,167 + \frac{1}{3} \cdot 2,333 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 1,167 \left(\frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{3} \cdot 1,167 \right) \right] + \frac{1}{k} \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \right] =$$

$$= \frac{3,176}{0,1829 EY} + \frac{13,50}{EY} + \frac{0,2222}{1,444 EY} = \frac{31,02}{EY}$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{M_2 M_2}{EY} dx + \sum \frac{R_2 R_2}{k} = \frac{1}{EY_1} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 1,167 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,167 \right] +$$

$$+ \frac{1}{EY_2} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 2,333 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 1,167 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,167 + \frac{1}{3} \cdot 2,333 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 2,333 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{3} \cdot 1,167 \right) \right] + \frac{1}{k} \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \right] =$$

$$= \frac{1,583}{0,1829 EY} + \frac{17,47}{EY} + \frac{0,1111}{1,444 EY} = \frac{26,23}{EY}$$

Sprawdzenie współczynników odc

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} = \frac{48,40}{EY} + \frac{31,02}{EY} + \frac{31,02}{EY} + \frac{26,23}{EY} =$$

$$= \frac{136,67}{EY}$$

$$\delta_{SS} = \sum \int \frac{M_s M_s}{E_I} dx + \sum \frac{R_s R_s}{k} = \frac{1}{E_{I1}} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,5 \right] +$$

$$+ \frac{1}{E_{I2}} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,5 + 3,5 \cdot 3,5 \cdot 3,5 \right] + \frac{1}{k} [1 \cdot 1 + 1 \cdot 1] =$$

$$= \frac{14,29}{0,1829 E_I} + \frac{54,17}{E_I} + \frac{2,0}{1,477 E_I} = \frac{138,65}{E_I} \quad \delta_{SS} = \sum \delta_{ik} \Rightarrow \text{OK}$$

$$\delta_{1P} = \sum \int \frac{M_1 M_P^0}{E_I} dx + \sum \frac{R_1 R_P^0}{k} = \frac{1}{E_{I1}} \left[-\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 100,54 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,333 \right] +$$

$$+ \frac{1}{E_{I2}} \left[-\frac{2}{3} \cdot \frac{127 \cdot 3,5^2}{8} \cdot 3,5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2,333 + \frac{1}{2} \cdot 1,167 \right) - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 100,54 \cdot \right.$$

$$\left. \left(\frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{3} \cdot 1,167 \right) - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 123,3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,167 + \frac{1}{3} \cdot 2,333 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \cdot 175 \cdot 123,3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,167 + \frac{1}{3} \cdot 0,5833 \right) - \frac{1}{2} \cdot 175 \cdot 95,77 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,5833 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} \cdot 1,167 \right) - \frac{1}{2} \cdot 175 \cdot 95,77 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,5833 \left. \right] + \frac{1}{k} \left[-\frac{2}{3} \cdot 28,425 \right] =$$

$$= \frac{-273,4}{0,1829 E_I} + \frac{-959,9}{E_I} + \frac{-19,15}{1,477 E_I} = \frac{-2469}{E_I}$$

$$\delta_{2P} = \sum \int \frac{M_2 M_P^0}{E_I} dx + \sum \frac{R_2 R_P^0}{k} = \frac{1}{E_{I1}} \left[-\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 100,54 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,167 \right] +$$

$$+ \frac{1}{E_{I2}} \left[-\frac{2}{3} \cdot \frac{127 \cdot 3,5^2}{8} \cdot 3,5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1,167 + \frac{1}{2} \cdot 2,333 \right) - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 100,54 \cdot \right.$$

$$\left. \left(\frac{2}{3} \cdot 1,167 + \frac{1}{3} \cdot 2,333 \right) - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 123,3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{3} \cdot 1,167 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \cdot 175 \cdot 123,3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2,333 + \frac{1}{3} \cdot 1,167 \right) - \frac{1}{2} \cdot 175 \cdot 95,77 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,167 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} \cdot 2,333 \right) - \frac{1}{2} \cdot 175 \cdot 95,77 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,167 \left. \right] + \frac{1}{k} \left[-\frac{1}{3} \cdot 28,425 \right] =$$

$$= \frac{-136,9}{0,1829 E_I} + \frac{-1178}{E_I} + \frac{-9,575}{1,477 E_I} = \frac{-1933}{E_I}$$

Sprawdzenie współczynników δ_{ip} .

$$\begin{aligned}\delta_{sp} &= \sum \int \frac{M_{SM}^0}{EY} dx + \sum \frac{R_{2P}^0}{k} = \frac{1}{EY_1} \left[-\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 100,54 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,5 \right] + \\ &+ \frac{1}{EY_2} \left[-\frac{2}{3} \cdot \frac{12,4 \cdot 3,5^2}{8} \cdot 3,5 \cdot 3,5 - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 100,54 \cdot 3,5 - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 123,3 \cdot \right. \\ &\cdot 3,5 - \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 123,3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3,5 + \frac{1}{3} \cdot 1,75 \right) - \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 95,77 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,75 + \frac{1}{3} \cdot 3,5 \right) - \\ &\left. - \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 95,77 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,75 \right] + \frac{1}{k} \left[-1 \cdot 28,725 \right] = \\ &= \frac{-410,5}{0,1829 EY} + \frac{-2138}{EY} + \frac{-28,725}{1,477 EY} = \frac{-4402}{EY} \\ \delta_{1P} + \delta_{2P} &= \frac{-2469}{EY} + \frac{-1933}{EY} = \frac{-4402}{EY} \quad \delta_{sp} = \sum \delta_{ip} \Rightarrow \text{OK}\end{aligned}$$

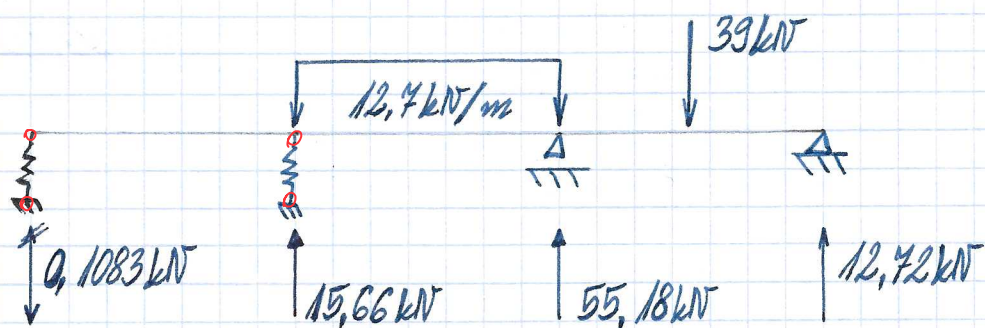
Równanie metody sił

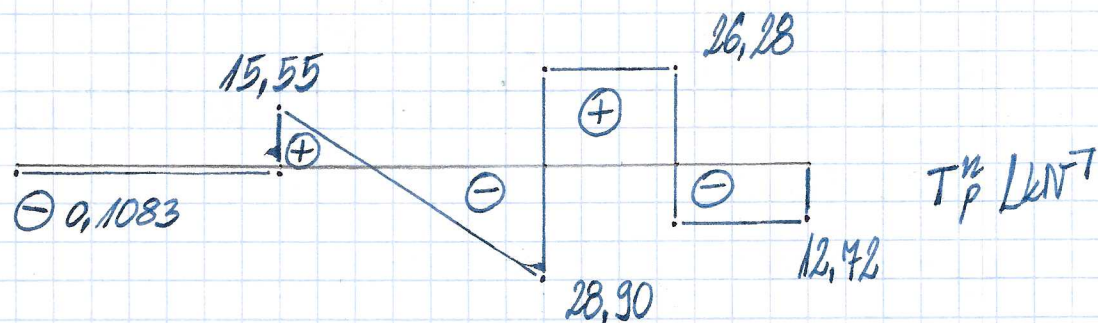
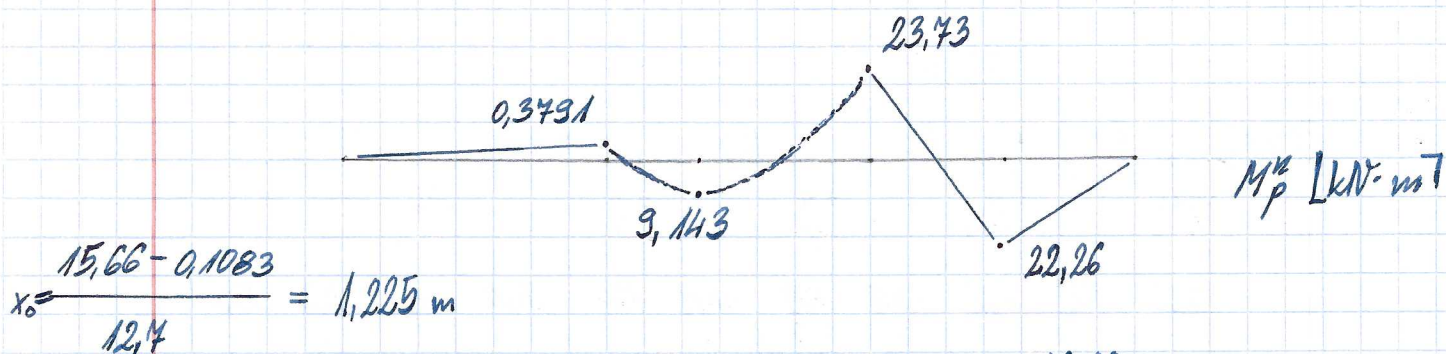
$$\begin{cases} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{48,40}{EY} \cdot x_1 + \frac{31,02}{EY} \cdot x_2 - \frac{2469}{EY} = 0 \\ \frac{31,02}{EY} \cdot x_1 + \frac{26,23}{EY} \cdot x_2 - \frac{1933}{EY} = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 15,66 \text{ kN}$$

$$x_2 = 55,18 \text{ kN}$$





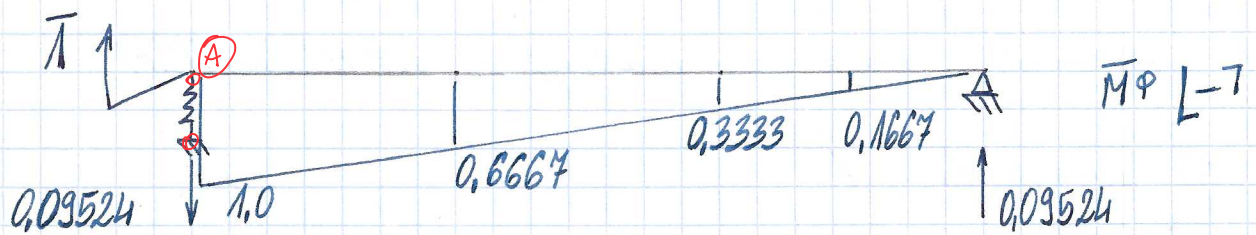
Sprawdzenie kinematyczne: (wykres $T_p'' \rightarrow$ str. 2)

$$\begin{aligned}
 \delta_{A''}^V P'' &= \sum \int \frac{\bar{M} M_p''}{E_y} dx + \sum \frac{\bar{R} R_p''}{k} = \frac{1}{E_{y1}} \left[\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 0,3791 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,5 \right] + \\
 &+ \frac{1}{E_{y2}} \left[-\frac{2}{3} \cdot \frac{127 \cdot 3,5^2}{8} \cdot 3,5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3,5 + \frac{1}{2} \cdot 1,75 \right) + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 0,3791 \cdot \right. \\
 &\cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3,5 + \frac{1}{3} \cdot 1,75 \right) + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 23,73 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,75 + \frac{1}{3} \cdot 3,5 \right) + \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot \\
 &\cdot 23,73 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,75 + \frac{1}{3} \cdot 0,875 \right) - \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 22,26 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,875 + \frac{1}{3} \cdot 1,75 \right) - \\
 &\left. - \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 22,26 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,875 \right] + \frac{1}{k} \left[1 \cdot 0,1083 + 1,5 \cdot 15,66 \right] =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1,548}{0,1823 E_y} + \frac{-24,08}{E_y} + \frac{23,60}{1,447 E_y} = \frac{0,36}{E_y}$$

$$\left| \delta_{A''}^V P'' \right| < \frac{1}{E_y} \Rightarrow \text{OK}$$

Obliczenie obrotu przekroju u punkcie A:



$$\begin{aligned} \varphi_{A, P''} &= \sum \int \frac{\bar{M} \varphi M_P''}{E_y} dx + \sum \frac{\bar{R} \varphi R_P''}{k} = \\ &= \frac{1}{E_{y1}} \left[-\frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 0,3791 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,6667 + \frac{1}{3} \cdot 1,0 \right) \right] + \frac{1}{E_{y2}} \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{127 \cdot 3,5^2}{8} \cdot 3,5 \cdot \right. \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 0,6667 + \frac{1}{2} \cdot 0,3333 \right) - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 0,3791 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,6667 + \frac{1}{3} \cdot 0,3333 \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 23,73 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,3333 + \frac{1}{3} \cdot 0,6667 \right) - \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 23,75 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,3333 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3} \cdot 0,1667 \right) + \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 22,26 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0,1667 + \frac{1}{3} \cdot 0,3333 \right) + \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 22,26 \cdot \\ &\quad \cdot \left. \frac{2}{3} \cdot 0,1667 \right] + \frac{1}{k} \left[0,1083 \cdot 0,09524 \right] = \\ &= \frac{-0,5160}{0,1829 E_y} + \frac{4,583}{E_y} + \frac{0,01031}{1,477 E_y} = \frac{1,769}{E_y} = \frac{1,769}{1963,5} = \\ &= 0,000901 \text{ rad u prawo} \end{aligned}$$

Sprawdzenie naprężeń:

Przekrój 1 $\sigma_x = \frac{M_{max}}{W_y} = \frac{37,91 \text{ kN} \cdot \text{cm}}{34,20 \text{ cm}^3} = 1,108 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1,108 \text{ MPa}$

Przekrój 2 $\sigma_x = \frac{M_{max}}{W_y} = \frac{237,3 \text{ kN} \cdot \text{cm}}{117 \text{ cm}^3} = 20,28 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 20,28 \text{ MPa}$

Wniosek:

Naprężenia maksymalne nie zostały przekroczone.

E	=	210	GPa	Przekrój 1	h1	=	0,10	m	Przekrój 2	h2	=	0,16	m	E0	=	E02	=	1963,5000	k1	=	2900,0000	N/m		
F	=	235	Mpa	h1	=	171,00	cm4	I1	=	935,00	cm4	I2	=	935,00	cm4	E01	=	0,1829	E0	k1	=	1,4770	E0	
				A1	=	10,60	cm2	A2	=	22,80	cm2	A2	=	22,80	cm2	E02	=	1,0000	E0	k2	=	2900,0000	N/m	
				E11	=	359,10	N/m2	E12	=	1963,50	N/m2	E12	=	1963,50	N/m2					k2	=	1,47695	E0	
Moment w układzie wyznaczalnym od obciąż. P																								
				Dł. elementów				L1				L2				L3				L4				
				E1				3,50				3,50				1,75				1,75				
				2				1				2				2				2				
Temperatura																								
				t1				0				0				0				0				
				t2				delta T				delta T				delta T				delta T				
				0				0,10				0,16				0,16				0,16				
				0,000				0,000				0,000				0,000				0,000				
Działanie																								
				VA				0,0000				0,0000				0,0000				0,0000				
				m				m				m				rad				m				
				m				m				m				rad				m				
Moment w układzie wyznaczalnym od obciąż. P																								
q1	12,70	P1	39,00	M1	0,00	Mp	q protop.	=	12,7000	0,0000	-100,5375	-100,5375	-123,2875	-123,2875	-95,7688	-95,7688	0,0000	x0	=	2,2618				
q2	0,00	P2	0,00	M2	0,00	Rp	VA	28,7250	m	VB	0,0000	m	VC	0,0000	rad	VD	54,7250	m	HD	0,0000	m	Maks	=	-133,0328
k1	=	0,0	k2	=	0,0																			
Moment w układzie wyznaczalnym - k1 = 1																								
M1	2,3333	1,1667	0,0000	2,3333	2,3333	1,1667	1,1667	0,5833	0,5833	0,0000														
R1	VA	-0,6667	m	VB	1,0000	m	VC	0,0000	rad	VD	-0,3333	m	HD	0,0000	m									
k1	=	1,0	k2	=	0,0																			
Moment w układzie wyznaczalnym - k2 = 1																								
M2	1,1667	2,3333	0,0000	1,1667	1,1667	2,3333	2,3333	1,1667	1,1667	0,0000														
R2	VA	-0,3333	m	VB	0,0000	m	VC	1,0000	rad	VD	-0,6667	m	HD	0,0000	m									
k1	=	0,0	k2	=	1,0																			
Moment w układzie wyznaczalnym - k1 = 1 - k2 = 1																								
M3	3,5000	3,5000	0,0000	3,5000	3,5000	3,5000	3,5000	1,7500	1,7500	0,0000														
R3	VA	-1,0000	m	VB	1,0000	m	VC	1,0000	rad	VD	-1,0000	m	HD	0,0000	m									
k1	=	1,0	k2	=	1,0																			
Moment w układzie wyznaczalnym dla sprężenia kinematycznego																								
M	3,5000	1,7500	0,0000	3,5000	3,5000	1,7500	1,7500	0,8750	0,8750	0,0000														
R	VA	-1,0000	m	VB	1,5000	m	VC	0,0000	rad	VD	-0,5000	m	HD	0,0000	m									
Moment w układzie wyznaczalnym obrotu w pkt. A																								
M	-0,6667	-0,3333	-1,0000	-0,6667	-0,6667	-0,3333	-0,3333	-0,1667	-0,1667	0,0000														
R	VA	-0,0952	m	VB	0,0000	m	VC	0,0000	rad	VD	0,0952	m	HD	0,0000	m									
Delta 11																								
6,3519	12,7037	0,4444	1,0000	48,413	0,0000	6,3519	6,3519	7,9398	3,1759	0,0000	0,9925	0,3970	0,0000	0,1985	0,0000	0,0000	0,1985							
E11	E02	k1	k2	E0	0,0000	6,3519	6,3519	7,9398	3,1759	11,1157	0,9925	0,3970	0,0000	0,1985	0,0000	0,0000	0,1985							
Delta 12 21																								
3,1759	13,4977	0,2222	0,0000	31,014	0,0000	3,1759	3,1759	6,3519	3,9699	0,0000	1,9850	0,7940	0,0000	0,3970	0,0000	0,0000	0,3970							
E11	E02	k1	k2	E0	0,0000	3,1759	3,1759	6,3519	3,9699	10,3218	1,9850	0,7940	2,7789	0,3970	0,0000	0,0000	0,3970							
Delta 22																								
1,5880	17,4676	0,1111	0,0000	26,226	0,0000	1,5880	1,5880	3,1759	7,9398	0,0000	3,9699	1,5880	0,0000	0,7940	0,0000	0,0000	0,7940							
E11	E02	k1	k2	E0	0,0000	1,5880	1,5880	3,1759	7,9398	11,1157	3,9699	1,5880	5,5379	0,7940	0,0000	0,0000	0,7940							
Delta 33																								
14,2917	57,1667	1,0000	1,0000	136,665	0,0000	14,2917	14,2917	21,4375	21,4375	0,0000	8,9123	3,5729	0,0000	1,7865	0,0000	0,0000	1,7865							
E11	E02	k1	k2	E0	0,0000	14,2917	14,2917	21,4375	21,4375	42,8750	8,9123	3,5729	12,5052	1,7865	0,0000	0,0000	1,7865							
Delta 1p																								
-273,6854	-959,7747	-19,1500	0,0000	-2469,208	-79,4081	0,0000	0,0000	-273,6854	-273,6854	-342,1068	-335,6160	0,0000	-104,8800	-65,1760	0,0000	-32,5880	0,0000	0,0000						
E11	E02	k1	k2	E0	-79,4081	-79,4081	0,0000	-273,6854	0,0000	-342,1068	-335,6160	-477,7227	-104,8800	-65,1760	-170,0519	-32,5880	0,0000	-32,5880						
Delta 2p																								
-136,8427	-1177,9013	-6,5750	0,0000	-1932,618	-79,4081	0,0000	0,0000	-136,8427	-136,8427	-273,6854	-419,5200	0,0000	-209,7600	-130,3519	0,0000	-65,1760	0,0000	0,0000						
E11	E02	k1	k2	E0	-79,4081	-79,4081	0,0000	-136,8427	0,0000	-273,6854	-419,5200	-693,2054	-209,7600	-130,3519	-340,1119	-65,1760	0,0000	-65,1760						
Delta 3p																								
-410,5281	-2137,6760	-28,7250	0,0000	-4401,825	-158,8161	0,0000	0,0000	-410,5281	-410,5281	-615,7922	-755,1359	0,0000	-314,6400	-195,5279	0,0000	-97,7639	0,0000	0,0000						
E11	E02	k1	k2	E0	-158,8161	-158,8161	0,0000	-410,5281	0,0000	-615,7922	-755,1359	-1370,9281	-314,6400	-195,5279	-510,1678	-97,7639	0,0000	-97,7639						
Nomenklatura metody dla obciąż. P																								
Delta 11	x1	=	Delta 12	x2	=	Delta 1p	=	0,0000																
Delta 12	x1	=	Delta 22	x2	=	Delta 2p	=	0,0000																
48,4126	x1	=	31,0136	x2	=	-2469,2077	=	0,0000																
31,0136	x1	=	26,2255	x2	=	-1932,6178	=	0,0000																
W	=	307,8036		W1	=	4838,9031	W2	=	16984,0196															
x1	=	15,666		x2	=	55,178																		
Moment zginający w układzie niewyznaczalnym od obciąż. P																								
q1	12,70	P1	39,00	M1	0,00	Mp	q protop.	=	12,7000	0,0000	0,3671	0,3671	23,7265	23,7265	-22,2617	-22,2617	0,0000	x0	=	1,2410				
q2	0,00	P2	0,00	M2	0,00	Np																		
						Np	VA	-0,1049	m	VB	15,6558	m	VC	55,1781	rad	VD	12,7210	m	HD	0,0000	m	Maks	=	10,1446
k1	=	15,666	k2	=	55,178																			
Sprawdzenie kinematyczne																								
1,4990	-24,1674	0,1049	21,4837	0,0000	-119,1121	0,0000	1,4990	1,4990	1,8738	96,8832	0,0000	30,7260	-22,7255	0,0000	-11,3628	0,0000	0,0000							
E11	E02	k1	k2	E0	-119,1121	-119,1121	0,0000	1,4990	1,8738	96,8832	96,7570	30,7260	-22,7255	7,5505	-11,3628	0,0000	-11,3628							
Przemieszczenie punktu K																								
0,4997	4,6033	0,0100	0,0000	1,88	23,6880	0,0000	0,0000	-0,4997	-0,4997	-0,3569	-18,4139	0,0000	-5,7669	4,3267	0,0000	2,1643	0,0000	0,0000						
E11	E02	k1	k2	E0	22,6880	23,6880	0,0000	-0,4997	0,0000	-0,3569	-18,4539	-18,8109	-5,7669	4,3267	-1,4382	2,1643	0,0000	2,1643						