

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
Zakład Mechaniki Budowli

ĆWICZENIE nr 2

WYZNACZANIE SIŁ WEWNĘTRZNYCH W BELCE

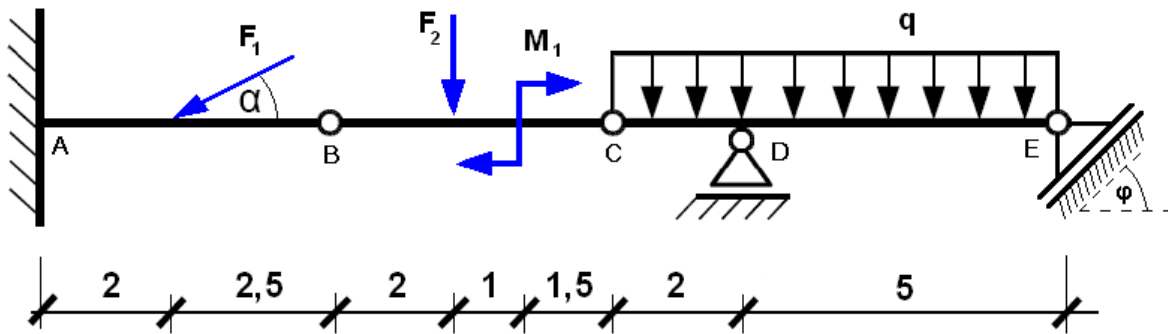
Prowadzący: mgr inż. A. Kaczor

Wykonał: Paweł Wierzbicki

Grupa B6

Rok akad. 2003/2004

1. Schemat konstrukcji



dane : $F_1=50$ kN
 $F_2=100$ kN
 $M_1=100$ kNm
 $q=5$ kN/m
 $\alpha = 30^\circ$
 $\varphi = 30^\circ$

2. Dyskusja geometrycznej niezmienności (GN) układu

a) warunek konieczny GN

- o każda tarcza ma trzy stopnie swobody (R_x, R_y, M)
- o przegub odbiera dwa stopnie swobody (R_x, R_y)
- o utwierdzenie odbiera trzy stopnie swobody (R_x, R_y, M)

$$s = 3t - r$$

$t = 3$ (tarcze : AB, BC, CE)

$r = 3 + 2 \cdot 2 + 1 + 1$ (utwierdzenie, 2 przeguby , 2 podpory przesuwne)

$$r = 9$$

s - liczba stopni swobody

t - liczba belek

r - liczba stopni swobody odbieranych przez więzy

$$s = 3 \cdot 3 - 9$$

$$s = 0$$

Liczba stopni swobody całej belki wynosi zero, więc jest spełniony warunek konieczny GN (geometrycznej niezmienności) danego układu tarcz.

b) warunek dostateczny GN

Jest to belka przegubowa. Składa się z 3 belek prostych AB, BC, CE. Belka AB jest utwierdzona w punkcie A, co odbiera jej 3 stopnie swobody, jest więc GN. Belki BC i CE tworzą układ trójprzegubowy: tarcza BC połączona jest z GN tarczą AB przegubem B, z tarczą CE przegubem C, tarcza CE połączona jest z podłożem sztywnym przegubem fikcyjnym F (w miejscu przecięcia kierunków prętów D i E). Przeguby BC i F nie leżą na jednej prostej, więc całość jest GN.

3. Dyskusja statycznej wyznaczalności układu

Z analizy GN wynika, że rozpatrywany układ jest statycznie wyznaczalny ($s=0$).

4. Wyznaczanie reakcji więzów

4.1 Układ trójprzegubowy BCE

a) równania równowagi dla odcinka belki BC

	ΣM_B
	$\Sigma M_B = -4,5 V_C + 2 F_2 + M_1 = 0$ $-4,5 V_C = -200 - 100$ $V_C = 66,6667 \text{ kN}$
	ΣM_C
	$\Sigma M_C = V_B \cdot 4,5 + M_1 - F_2 \cdot 2,5 = 0$ $4,5 \cdot V_B = -100 + 250$ $V_B = 33,3333 \text{ kN}$
	ΣX
	$\Sigma X = -H_B + H_C = 0$ $H_B = H_C$

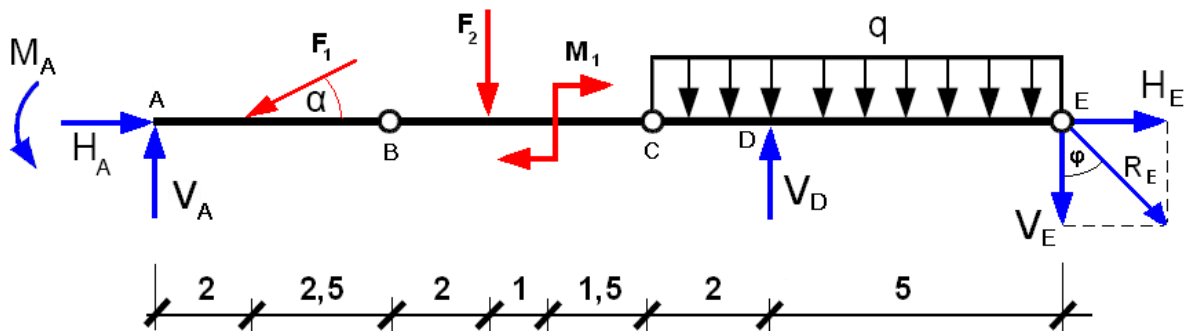
b) równania równowagi dla odcinka belki CE

	ΣM_E
	$\Sigma M_E = -7 V_C + 5 V_D - 7 \cdot 3,5 q = 0$ $5 V_D = 7 \cdot 66,6667 + 122,5$ $V_D = 117,8334 \text{ kN}$
	ΣM_D
	$\Sigma M_D = -V_C \cdot 2 + V_E \cdot 5 + 7q \cdot (5 - 3,5) = 0$ $5 \cdot V_E = 133,3334 - 52,5$ $V_E = 16,1667 \text{ kN} \text{ (składowa pionowa reakcji } R_E)$
	$R_E = V_E / \cos \varphi$ $R_E = 16,1667 / 0,866$ $R_E = 18,6677 \text{ kN}$
	$H_E = R_E \cdot \sin \varphi$ $H_E = 18,6677 \cdot 0,5$ $H_E = 9,3338 \text{ kN} \text{ (składowa pozioma reakcji } R_E)$
	ΣX
	$\Sigma X = -H_C + H_E = 0$ $H_C = 9,3338 \text{ kN}$

c) równania równowagi dla odcinka belki AB

	ΣM_A
	$\Sigma M_A = -M_A + 2 \cdot F_1 \cdot \sin \alpha + 4,5 \cdot V_B$ $M_A = 2 \cdot 0,5 \cdot 50 + 33,3333 \cdot 4,5$ $M_A = 200 \text{ kN}\cdot\text{m}$
	ΣY
	$\Sigma Y = V_A - V_B - F_1 \cdot \sin \alpha = 0$ $V_A = 33,3333 + 50 \cdot 0,5$ $V_A = 58,3333 \text{ kN}$
	ΣX
	$\Sigma X = H_A + H_B - F_1 \cdot \cos \alpha = 0$ $H_A = -H_B + F_1 \cdot \cos \alpha = 0$ $H_A = 33,9675 \text{ kN}$

d) sprawdzenie - równania równowagi dla całości



$$\Sigma X = H_A - F_1 \cdot \cos \alpha + H_E = 0$$

$$\Sigma X = 33,9675 - 50 \cdot 0,866 + 9,3338$$

$$\Sigma X = 33,9675 - 43,3 + 9,3338$$

$$\Sigma X = 0,0013$$

$$\Sigma X \approx 0$$

$$\Sigma Y = V_A - F_1 \cdot \sin \alpha - F_2 + V_D - V_E - 7q = 0$$

$$\Sigma Y = 58,3333 - 50 \cdot 0,5 - 100 + 117,8333 - 16,1667 - 35$$

$$\Sigma Y = -0,0001$$

$$\Sigma Y \approx 0$$

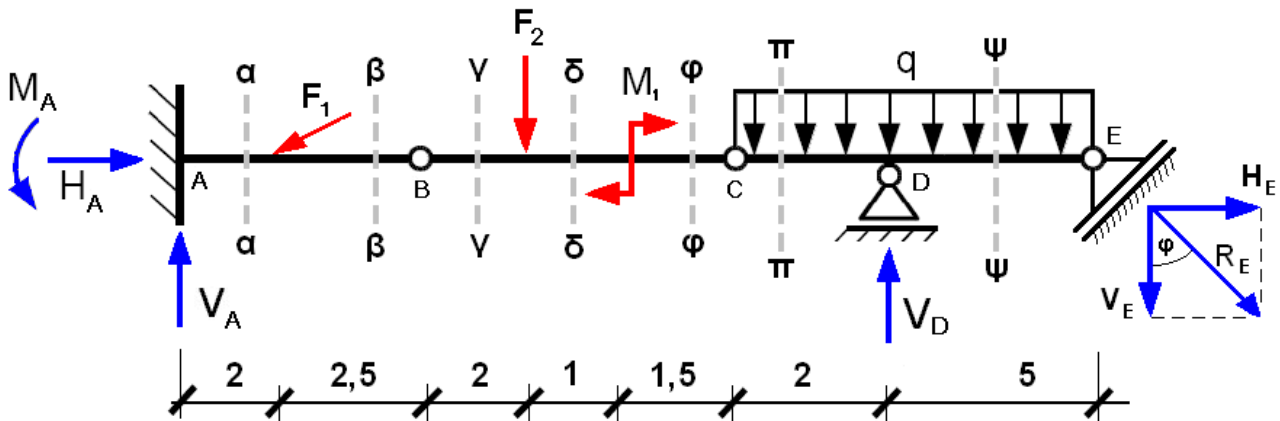
$$\Sigma M_B = -M_A + 4,5 \cdot V_A - 2,5 \cdot F_1 \cdot \sin \alpha + 2 \cdot F_2 + M_1 + 7 \cdot (3,5 + 4,5) \cdot q - 6,5 \cdot V_D + 11,5 \cdot V_E = 0$$

$$\Sigma M_B = -200 + 4,5 \cdot 58,3333 - 2,5 \cdot 50 \cdot 0,5 + 2 \cdot 100 + 100 + 7 \cdot 8 \cdot 5 - 6,5 \cdot 117,8334 + 11,5 \cdot 16,1667$$

$$\Sigma M_B = 0,0011$$

$$\Sigma M_B \approx 0$$

5. Schemat belki z zaznaczonymi miejscami przekrojów



Pierwszy przekrój $\alpha-\alpha \quad x \in < 0 ; 2 >$

	$\Sigma X = H_A + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = V_A - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_\alpha = -M_A + V_A \cdot x - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = -H_A$ $T_{(x)} = V_A$ $M_{(x)} = V_A \cdot x - M_A$	
	$N_{(x)} = -33,9674 \text{ kN}$ $T_{(x)} = 58,3333 \text{ kN}$ $M_{(x)} = 58,3333 x - 200$	$M_{(0)} = -200 \text{ kNm}$ $M_{(2)} = -83,333 \text{ kNm}$

Drugi przekrój $\beta-\beta \quad x \in < 2 ; 4,5 >$

	$\Sigma X = H_A - F_1 \cdot \cos\alpha + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = V_A - F_1 \cdot \sin\alpha - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_\beta = -M_A + V_A \cdot x - F_1 \cdot \sin\alpha \cdot (x-2) - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = F_1 \cdot \cos\varphi - H_A$ $T_{(x)} = V_A - F_1 \cdot \sin\varphi$ $M_{(x)} = V_A \cdot x - F_1 \cdot \sin\varphi \cdot (x-2) - M_A$	
	$N_{(x)} = 9,3338 \text{ kN}$ $T_{(x)} = 33,3333 \text{ kN}$ $M_{(x)} = 33,3333 x - 150$	$M_{(2)} = -83,3333 \text{ kNm}$ $M_{(4,5)} = 0 \text{ kNm}$

Trzeci przekrój $\gamma\text{-}\gamma$ $x \in < 0 ; 2 >$

	$\Sigma X = -H_B + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = V_B - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_\gamma = V_B \cdot x - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = H_B$ $T_{(x)} = V_B$ $M_{(x)} = V_B \cdot x$	
	$N_{(x)} = 9,3338 \text{ kN}$ $T_{(x)} = 33,3333 \text{ kN}$ $M_{(x)} = 33,3333 x$	$M_{(0)} = 0 \text{ kNm}$ $M_{(2)} = 66,6667 \text{ kNm}$

Czwarty przekrój $\delta\text{-}\delta$ $x \in < 2 ; 3 >$

	$\Sigma X = -H_B + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = V_B - F_2 - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_\delta = V_B \cdot x - F_2 \cdot (x-2) - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = H_B$ $T_{(x)} = V_B - F_2$ $M_{(x)} = V_B \cdot x - F_2 \cdot (x-2)$	
	$N_{(x)} = 9,3338 \text{ kN}$ $T_{(x)} = -66,6667 \text{ kN}$ $M_{(x)} = -66,6667 x + 200$	$M_{(2)} = 66,6667 \text{ kNm}$ $M_{(3)} = 0 \text{ kNm}$

Piąty przekrój $\phi\text{-}\phi$ $x \in < 3 ; 4,5 >$

	$\Sigma X = -H_B + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = V_B - F_2 - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_\phi = V_B \cdot x - F_2 \cdot (x-2) + M_1 - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = H_B$ $T_{(x)} = V_B - F_2$ $M_{(x)} = V_B \cdot x - F_2 \cdot (x-2) + M_1$	
	$N_{(x)} = 9,3338 \text{ kN}$ $T_{(x)} = -66,6667 \text{ kN}$ $M_{(x)} = -66,6667 x + 300$	$M_{(3)} = 100 \text{ kNm}$ $M_{(4,5)} = 0 \text{ kNm}$

Szósty przekrój π-π $x \in < 0 ; 2 >$

	$\Sigma X = -H_C + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = -V_C - q \cdot x - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_{\pi} = -V_C \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot x - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = H_C$ $T_{(x)} = -q \cdot x - V_C$ $M_{(x)} = -V_C \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$	
	$N_{(x)} = 9,3347 \text{ kN}$ $T_{(x)} = -5 \cdot x - 66,6667$ $M_{(x)} = -\frac{5}{2} \cdot x^2 - 66,6667 \cdot x$	$M_{(0)} = 0 \text{ kNm}$ $M_{(2)} = -143,333 \text{ kNm}$ $T_{(0)} = -66,6667 \text{ kN}$ $T_{(2)} = -76,6667 \text{ kN}$

Siódmy przekrój ψ-ψ $\psi \in < 2 ; 7 >$

	$\Sigma X = -H_C + N_{(x)} = 0$ $\Sigma Y = -V_C + V_D - q \cdot x - T_{(x)} = 0$ $\Sigma M_{\psi} = -V_C \cdot x + V_D \cdot (x-2) - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot x - M_{(x)} = 0$	
	$N_{(x)} = H_C$ $T_{(x)} = -q \cdot x - V_C + V_D$ $M_{(x)} = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 - V_C \cdot x + V_D \cdot (x-2)$	
	$N_{(x)} = 9,3338 \text{ kN}$ $T_{(x)} = -5 \cdot x + 51,1667$ $M_{(x)} = -\frac{5}{2} \cdot x^2 + 51,1667 \cdot x - 235,6667$	$M_{(2)} = -143,333 \text{ kNm}$ $M_{(7)} = 0 \text{ kNm}$ $T_{(2)} = 41,1667 \text{ kN}$ $T_{(7)} = 16,1667 \text{ kN}$

6. Zestawienie wykresów sił normalnych, tnących i momentów zginających w belce

