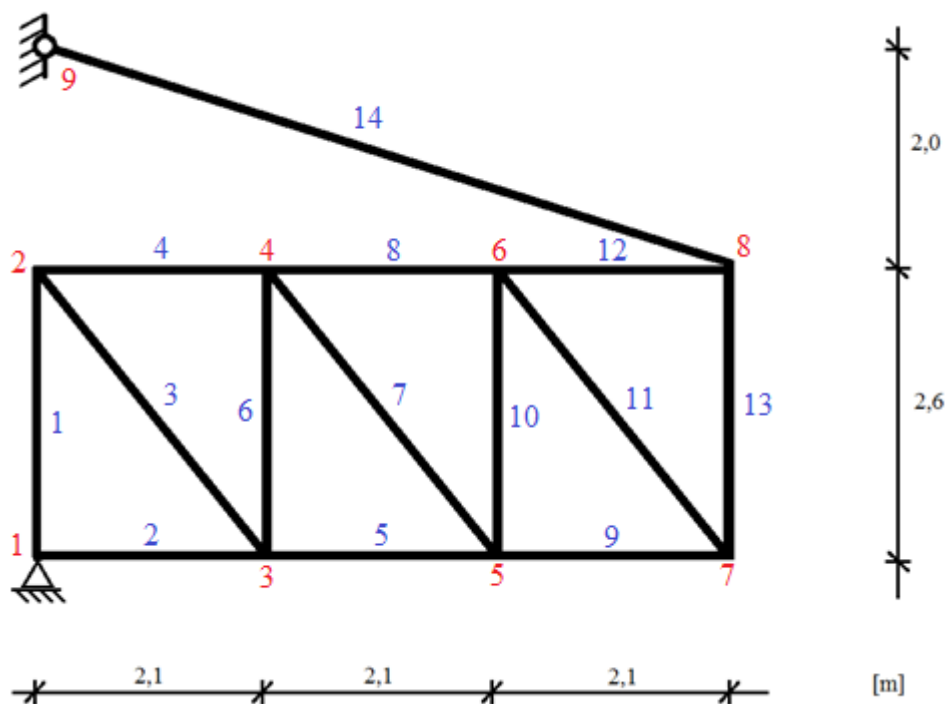


Projekt 3.1	Data 30.12.2014	Miłosz Szkudlarek	Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska	Semestr I	Grupa B9
----------------	--------------------	-------------------	---	-----------	-------------

I: Analiza geometrycznej niezmienności:



1. Warunek konieczny:

Liczba węzłów = 9

Liczba prętów = 14

Liczba więzów podporowych = 4

$$\begin{aligned}
 2 \cdot \text{Liczba węzłów} &= \text{Liczba prętów} + \text{Liczba więzów podporowych} \\
 2 \cdot 9 &= 1 \cdot 14 + 1 \cdot 4 \\
 18 &= 18
 \end{aligned}$$

Warunek konieczny geometrycznej niezmienności spełniony.

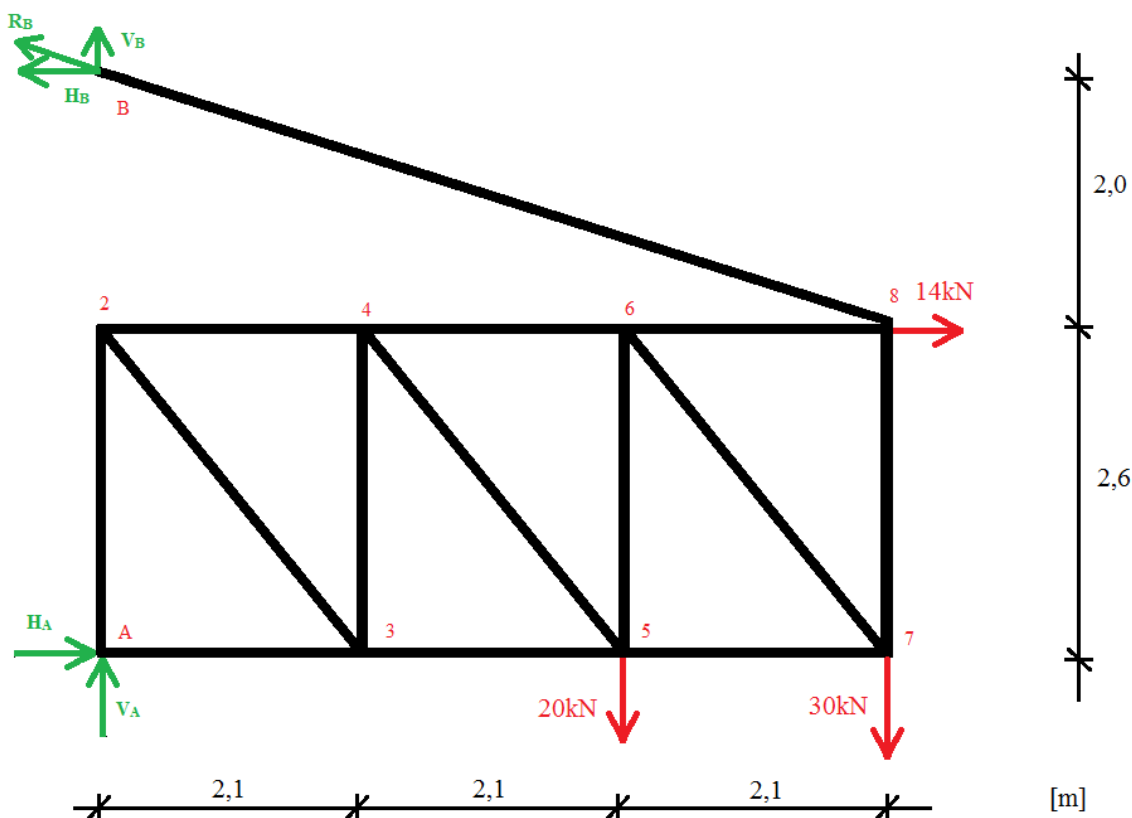
2. Warunek dostateczny:

Kratownica składa się z prętów 1÷13 połączonych przegubowo w węzłach 1÷8. W analizie geometrycznej niezmienności każdy pręt kratownicy traktujemy jak tarczę sztywną. Tarcze 1, 2 i 3 tworzą układ trójprzegubowy, przy czym łączące je przeguby (1, 2 i 3) nie leżą na jednej prostej, tarcze te są więc względem siebie geometrycznie niezmiennie i możemy je traktować jak tarczę zastępczą (TZ1). Tarcza zastępcza TZ1 z tarczami 4 i 6 tworzy kolejny układ trójprzegubowy, przeguby 2, 3 i 4 nie leżą na jednej prostej, jest to więc układ tarcz geometrycznie niezmiennych względem siebie, a zatem tarcze TZ1, 4 i 6 traktować możemy jak tarczę zastępczą (TZ2). W ten sposób, dołączając kolejno po dwie tarcze sztywne (2 pręty) tworzymy jedną tarczę zastępczą (TZ) z wszystkich prętów kratownicy 1÷13. Tarcza zastępcza TZ oparta jest na podłożu za pomocą podpory przegubowo-nieprzesuwnej w węzle nr 1 oraz pręta nr 14. Przegub nie leży na kierunku pręta, a zatem całość jest geometrycznie niezmienna.

Analizę GN w przypadku takiej kratownicy możemy przeprowadzić również w ten sposób: Tarcza zastępcza TZ z tarczą sztywną nr 14 tworzy układ trójprzegubowy. Przeguby 1, 8 i 9 nie leżą na jednej prostej, a zatem:

Warunek dostateczny spełniony, zatem cały układ jest geometrycznie niezmienny.

II: Wyznaczanie reakcji w podporach:



Obliczenia:

$$\sum M_A = 0 \text{ (dla całości): } 4,6 \cdot H_B = 14 \cdot 2,6 + 20 \cdot 4,2 + 30 \cdot 6,3$$
$$H_B = 67,261 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \text{ (dla całości): } 4,6 \cdot H_A = 4,2 \cdot 20 + 30 \cdot 6,3 - 14 \cdot 2$$
$$H_A = 53,261 \text{ kN}$$

Własności trygonometryczne przy reakcji R_B : $V_B = H_B \cdot \operatorname{tg} \beta$ ($\operatorname{tg} \beta = 2/6,3 = 0,31746$)

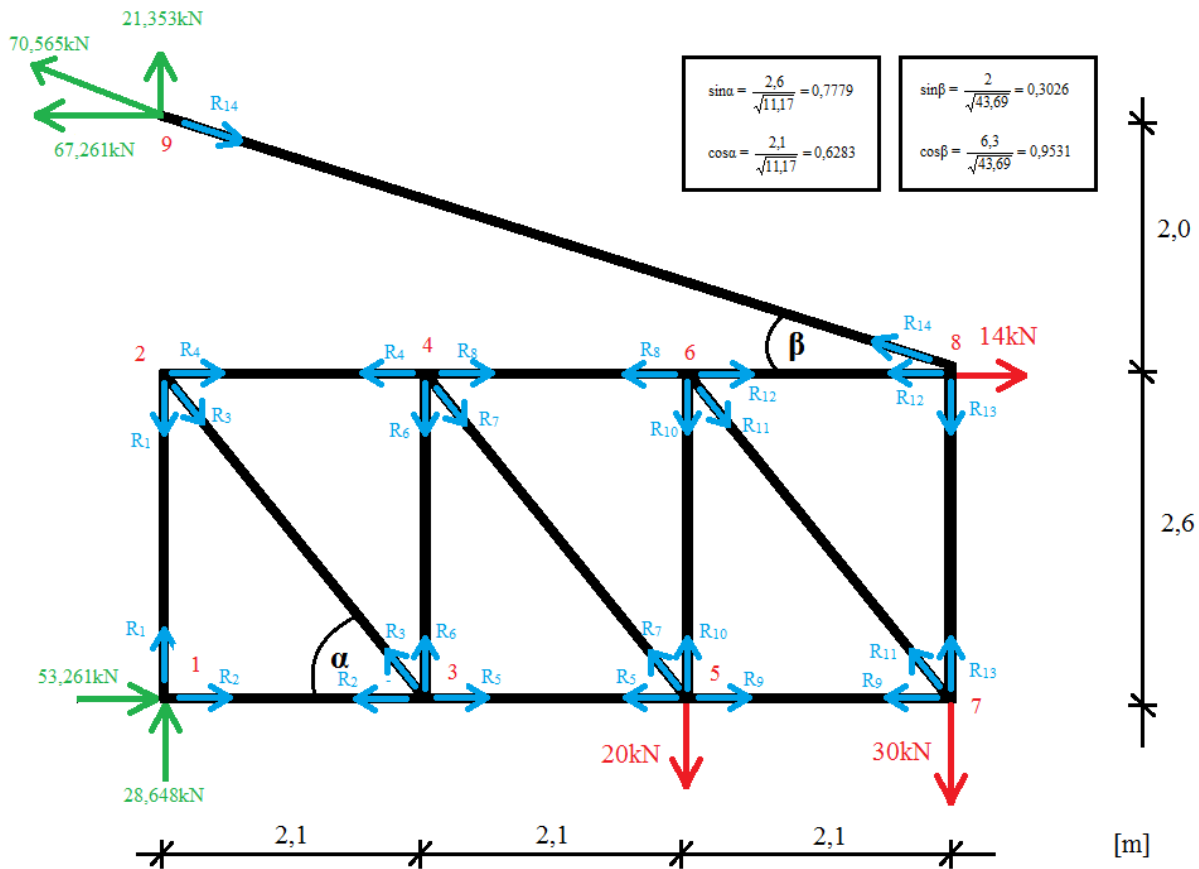
$$V_B = 21,353 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0 \text{ (dla całości): } V_A = 50,0 - V_B$$
$$V_A = 28,648 \text{ kN}$$

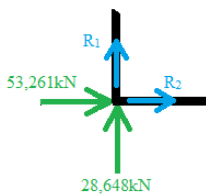
Sprawdzenie:

$$\sum M_8: 28,648 \cdot 6,3 - 20 \cdot 2,1 - 53,261 \cdot 2,6 = 0,0038 \text{ kN} \approx 0$$
$$\sum P_x: 67,261 - 53,261 - 14 = 0$$

III: Wyznaczanie sił w prętach kratownicy metodą równoważenia węzłów:



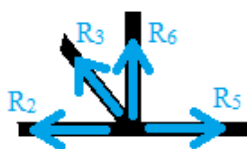
Węzeł 1



$$\sum P_y = 0: R_1 = -28,648 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_2 = -53,261 \text{ kN}$$

Węzeł 3



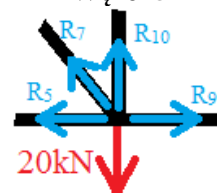
$$\sum P_x = 0: R_5 = R_2 + R_3 \cos\alpha$$

$$R_5 = -30,121 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0: R_6 = -R_3 \sin\alpha$$

$$R_6 = -28,647 \text{ kN}$$

Węzeł 5



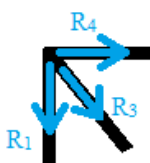
$$\sum P_x = 0: R_9 = R_5 - R_7 \cos\alpha$$

$$R_9 = -6,982 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0: R_{10} = 20 - R_7 \sin\alpha$$

$$R_{10} = -8,647 \text{ kN}$$

Węzeł 2



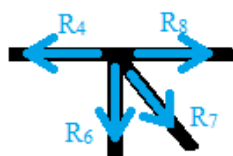
$$\sum P_y = 0: R_3 \sin\alpha = -R_1$$

$$R_3 = 36,827 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_4 = -R_3 \cos\alpha$$

$$R_4 = -23,140 \text{ kN}$$

Węzeł 4



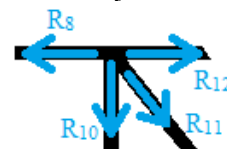
$$\sum P_y = 0: R_7 \sin\alpha = -R_6$$

$$R_7 = 36,826 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_8 = R_4 - R_7 \cos\alpha$$

$$R_8 = -46,279 \text{ kN}$$

Węzeł 6



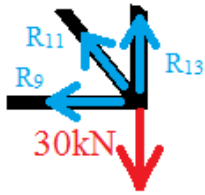
$$\sum P_y = 0: R_{11} \sin\alpha = -R_{10}$$

$$R_{11} = 11,116 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_{12} = R_8 - R_{11} \cos\alpha$$

$$R_{12} = -53,264 \text{ kN}$$

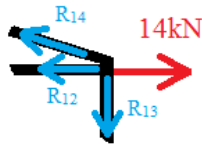
Węzeł 7



$$\sum P_y = 0: R_{13} = 30 - R_{11} \sin \alpha$$

$$R_{13} = 21,353 \text{ kN}$$

Węzeł 8



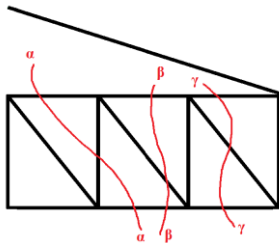
$$\sum P_x = 0: R_{14} \cos \beta = 14 - R_{12}$$

$$R_{14} = 70,565 \text{ kN}$$

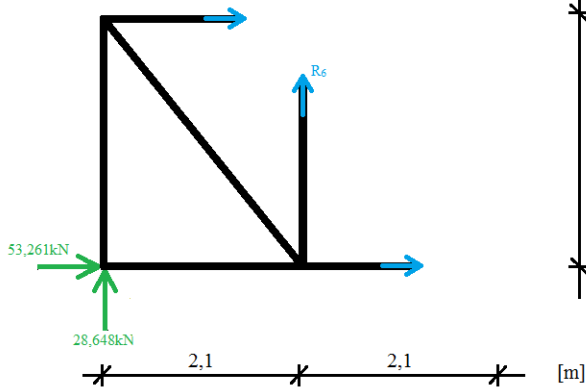
Spr 1: $R_{14} = R_B$ ✓

Spr 2: $\sum P_y: R_{14} \sin \beta - R_{13} = 0$

IV: Wyznaczanie sił w określonych prętach kratownicy metodą Rittera:



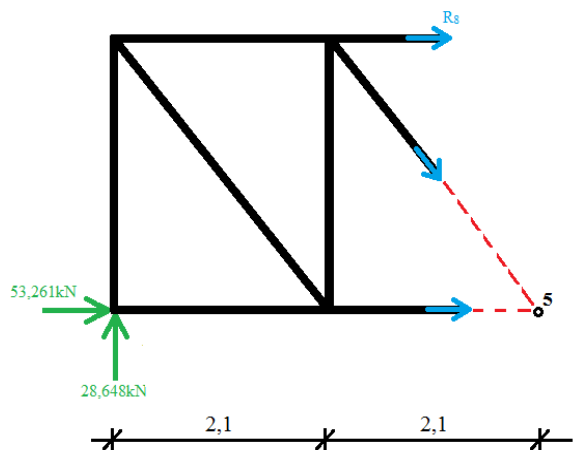
Siły do wyznaczenia: R_6, R_8, R_9



$$\sum P_y = 0: R_6 = -28,648 \text{ kN}$$

Sprawdzenie z poprzednim wynikiem:

$$-28,647 - (-28,648) = 0,001 \approx 0$$

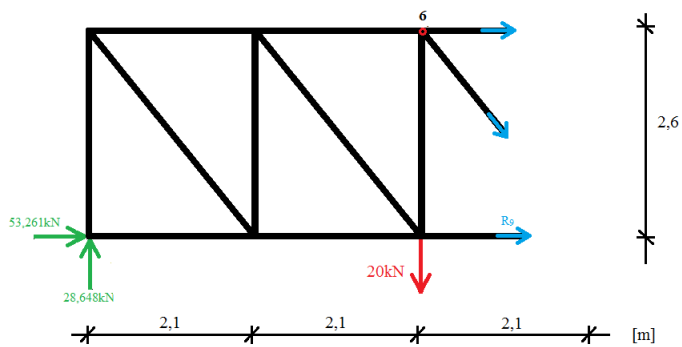


$$\sum M_5 = 0: 2,6 R_8 = -4,2 \cdot 28,648$$

$$R_8 = -46,278 \text{ kN}$$

Sprawdzenie z poprzednim wynikiem:

$$-46,279 - (-46,278) = -0,001 \approx 0$$



$$\sum M_6 = 0:$$

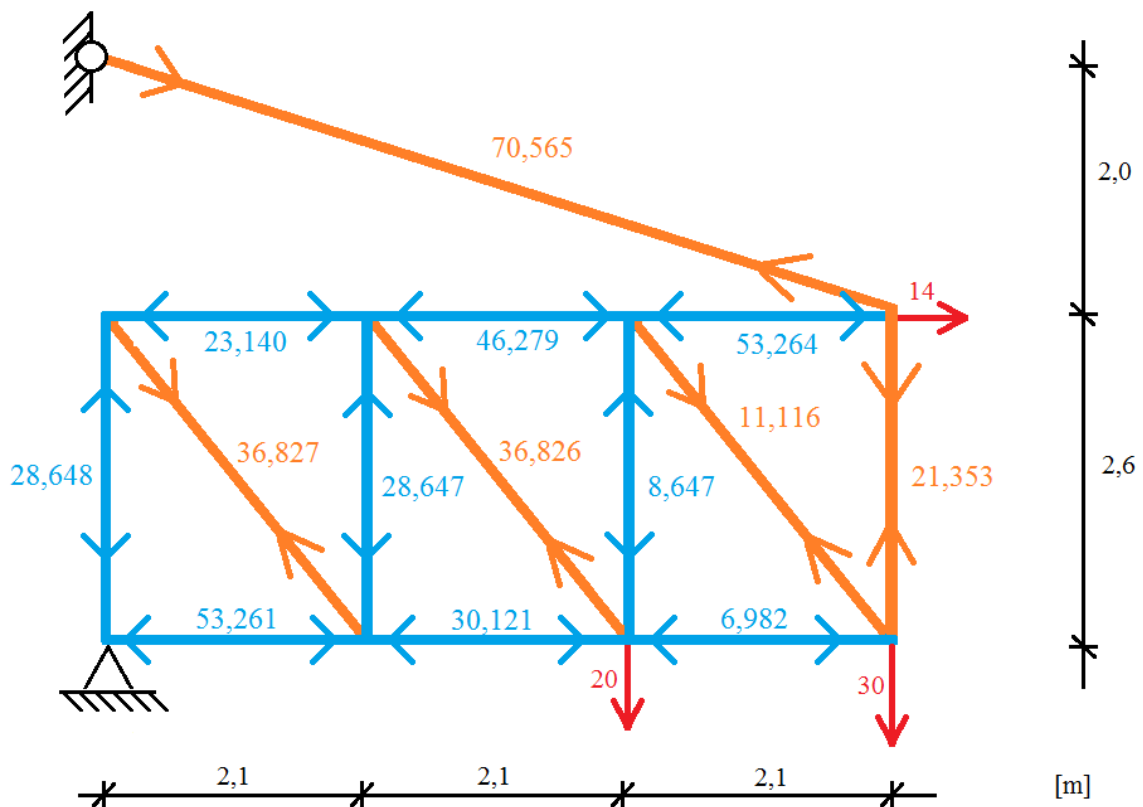
$$2,6 R_9 = 28,648 \cdot 4,2 - 53,261 \cdot 2,6$$

$$R_9 = -6,983 \text{ kN}$$

Sprawdzenie z poprzednim wynikiem:

$$-6,982 - (-6,983) = 0,001 \approx 0$$

V: Zestawienie wyników:



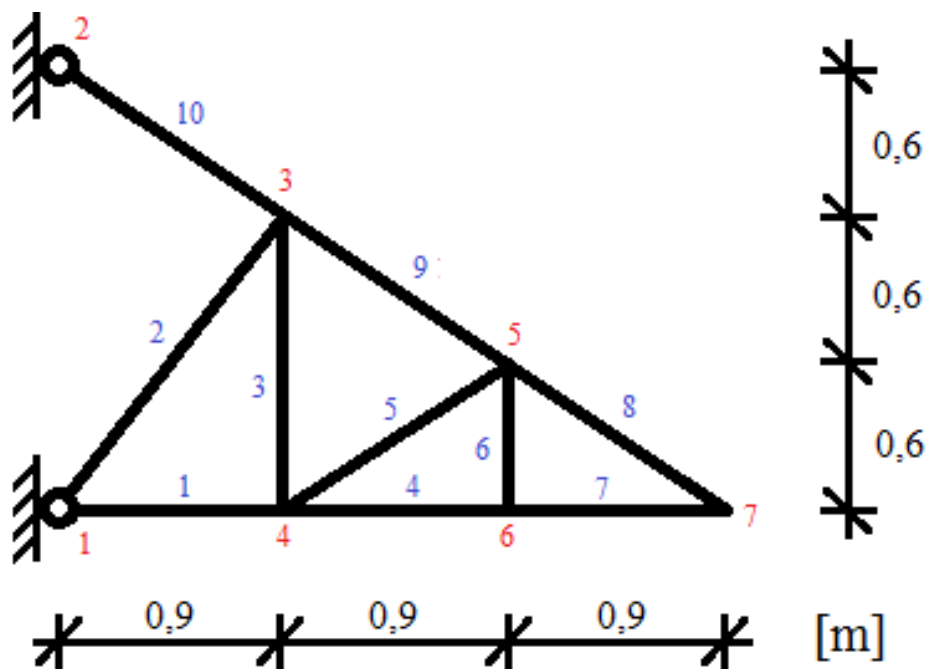
Wartości sił podane w kiloniutonach

Kolor pomarańczowy – pręty rozciągane

Kolor niebieski – pręty ściskane

Projekt 3.2	Data 30.12.2014	Miłosz Szkudlarek	Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska	Semestr I	Grupa B9
----------------	--------------------	-------------------	---	-----------	-------------

I: Analiza geometrycznej niezmienności:



1. Warunek konieczny:

Liczba węzłów = 7
 Liczba prętów = 10
 Liczba więzów podporowych = 4

$$2 \cdot \text{Liczba węzłów} = \text{Liczba prętów} + \text{Liczba więzów podporowych}$$

$$2 \cdot 7 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 4$$

$$14 = 14$$

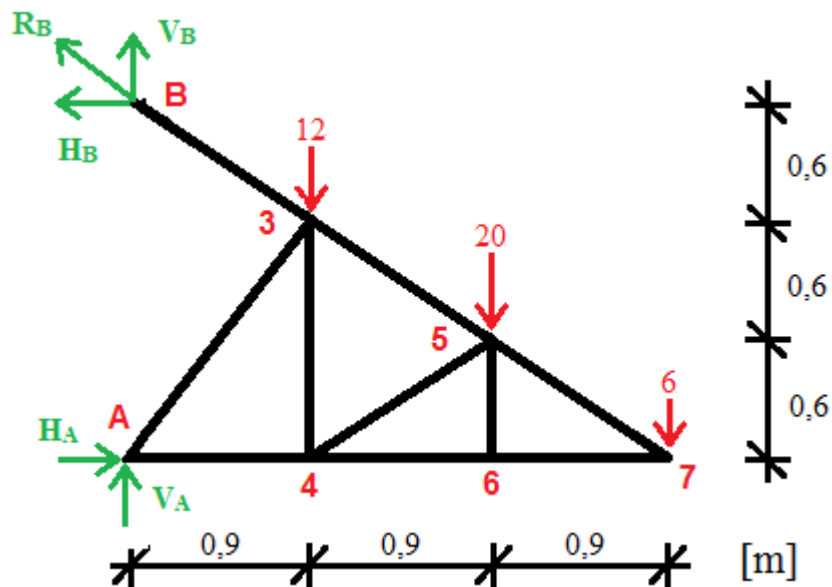
Warunek konieczny geometrycznej niezmienności spełniony.

2. Warunek dostateczny:

Przyjmując, że pręt 10 oraz układ prętów 1 ÷ 9 połączonych przegubami są dwiema tarczami sztywnymi, zauważamy układ trójprzegubowy, o przegubach w punktach 1, 2 i 3. Przeguby nie leżą na jednej prostej, więc:

warunek dostateczny spełniony, zatem cały układ jest geometrycznie niezmienny.

II: Wyznaczanie reakcji w podporach:



Obliczenia:

$$\sum M_1 = 0 \text{ (dla całości):} \quad 1,8 \cdot H_B = 14 \cdot 0,9 + 20 \cdot 1,8 + 6 \cdot 2,7$$
$$H_B = 35 \text{ kN}$$

$$\sum M_2 = 0 \text{ (dla całości):} \quad 1,8 \cdot H_A = 14 \cdot 0,9 + 20 \cdot 1,8 + 6 \cdot 2,7$$
$$H_A = 35 \text{ kN}$$

Własności trygonometryczne przy reakcji R_B : $V_B = H_B \cdot \operatorname{tg} \beta$ ($\operatorname{tg} \beta = 0,6/0,9 = 0,666$)

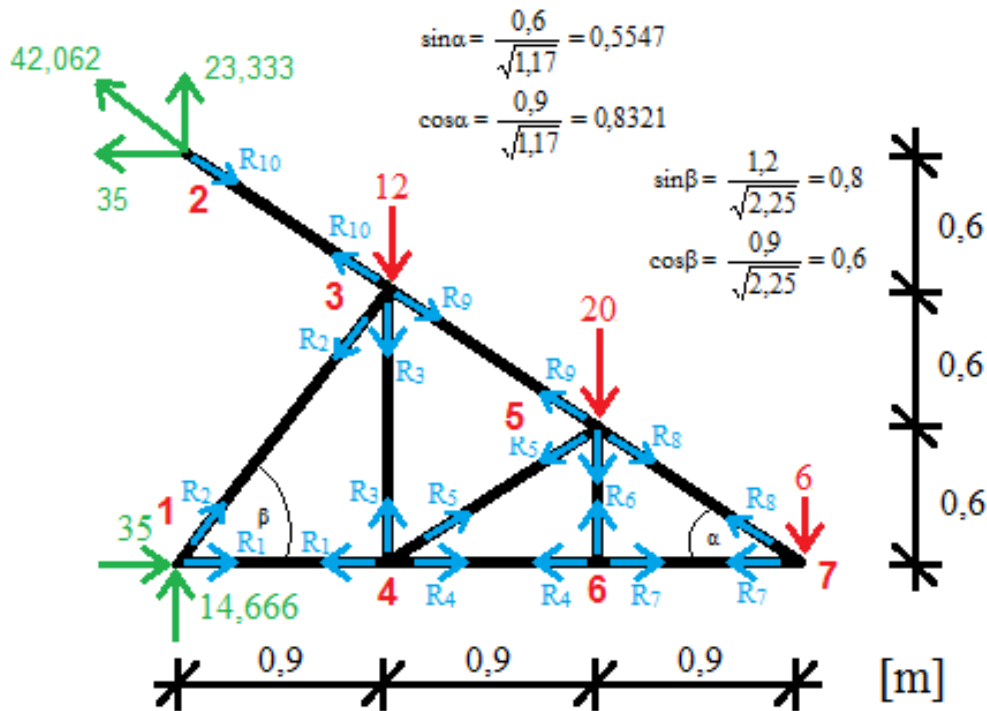
$$V_B = 23,333 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0 \text{ (dla całości):} \quad V_A = 38 - V_B$$
$$V_A = 14,666 \text{ kN}$$

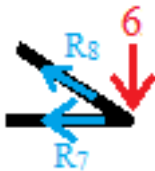
Sprawdzenie:

$$\sum M_g: \quad 35 \cdot 1,2 - 14,666 \cdot 0,9 - 20 \cdot 0,9 - 6 \cdot 1,8 = 0,006 \text{ kN} \approx 0$$
$$\sum P_x: \quad 35 - 35 = 0$$

III: Wyznaczanie sił w prętach kratownicy metodą równoważenia węzłów:



Węzeł 1



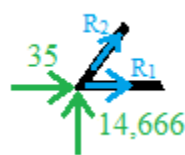
$$\sum P_y = 0: R_8 \sin \alpha = 6$$

$$R_8 = 10,817 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_7 = -R_8 \cos \alpha$$

$$R_7 = -9 \text{ kN}$$

Węzeł 3



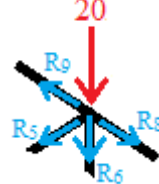
$$\sum P_y = 0: R_2 \sin \beta = -14,666$$

$$R_2 = -18,333 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_1 = -35 - R_2 \cos \alpha$$

$$R_1 = -24 \text{ kN}$$

Węzeł 5



$$\sum P_y = 0:$$

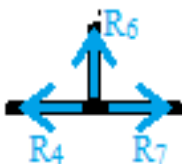
$$R_9 \sin \alpha = 20 + R_8 \sin \alpha + R_5 \sin \alpha$$

$$R_9 = 28,846 \text{ kN}$$

$$\sum P_x: (\text{spr}):$$

$$\cos \alpha (R_8 - R_5 - R_9) = -0,002 \approx 0$$

Węzeł 2

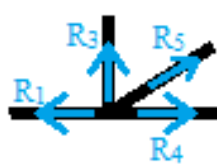


$$\sum P_y = 0: R_6 = 0 \text{ kN}$$

$$\sum P_x = 0: R_4 = R_7$$

$$R_4 = -9 \text{ kN}$$

Węzeł 4



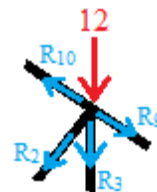
$$\sum P_x = 0: R_5 \cos \alpha = R_1 - R_4$$

$$R_5 = -18,027 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0: -R_3 = R_5 \sin \alpha$$

$$R_3 = 10 \text{ kN}$$

Węzeł 6



$$\sum P_y = 0:$$

$$R_{10} \sin \alpha = 12 + R_2 \sin \beta + R_9 \sin \alpha + R_3$$

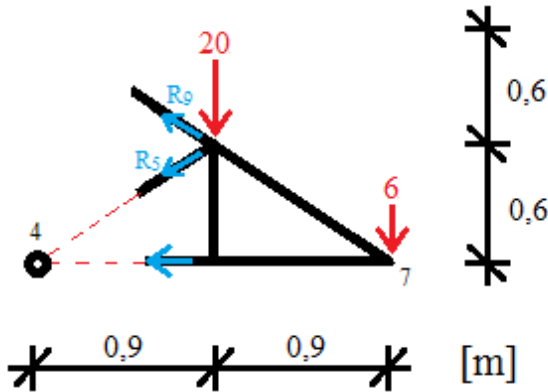
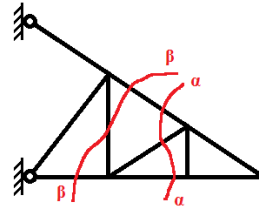
$$R_{10} = 42,067 \text{ kN}$$

$$\sum P_x: (\text{spr}):$$

$$R_9 \cos \alpha - R_2 \cos \beta - R_{10} \cos \alpha = -0,001 \approx 0$$

IV: Wyznaczanie sił określonych prętach kratownicy metodą Rittera:

Siły do wyznaczenia: R_3 , R_5 , R_9



$$\sum M_4 = 0:$$

$$0,6 \cdot R_9 \cos \alpha + 0,9 \cdot R_9 \sin \alpha = 20 \cdot 0,9 + 6 \cdot 1,8$$

$$0,99849 \cdot R_9 = 28,8$$

$$R_9 = 28,844 \text{ kN}$$

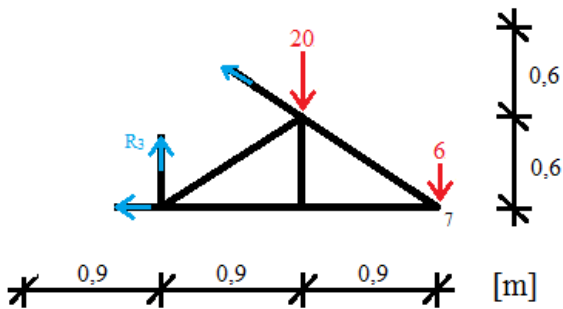
Sprawdzenie z poprzednim wynikiem:
 $28,846 - 28,844 = 0,002 \approx 0$

$$\sum M_7 = 0:$$

$$R_5 \sin \alpha \cdot 0,9 + R_5 \cos \alpha \cdot 0,6 = -20 \cdot 0,9$$

$$R_5 = -18,027 \text{ kN}$$

Sprawdzenie z poprzednim wynikiem:
 $-18,028 - (-18,027) = -0,001 \approx 0$



$$\sum M_7 = 0:$$

$$1,8 \cdot R_3 = 0,9 \cdot 20$$

$$R_3 = 10 \text{ kN}$$

Sprawdzenie z poprzednim wynikiem:
 $10 - 10 = 0$

V: Zestawienie wyników:

