

POLITECHNIKA POZNANSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
ZAKŁAD MECHANIKI BUDOWLI

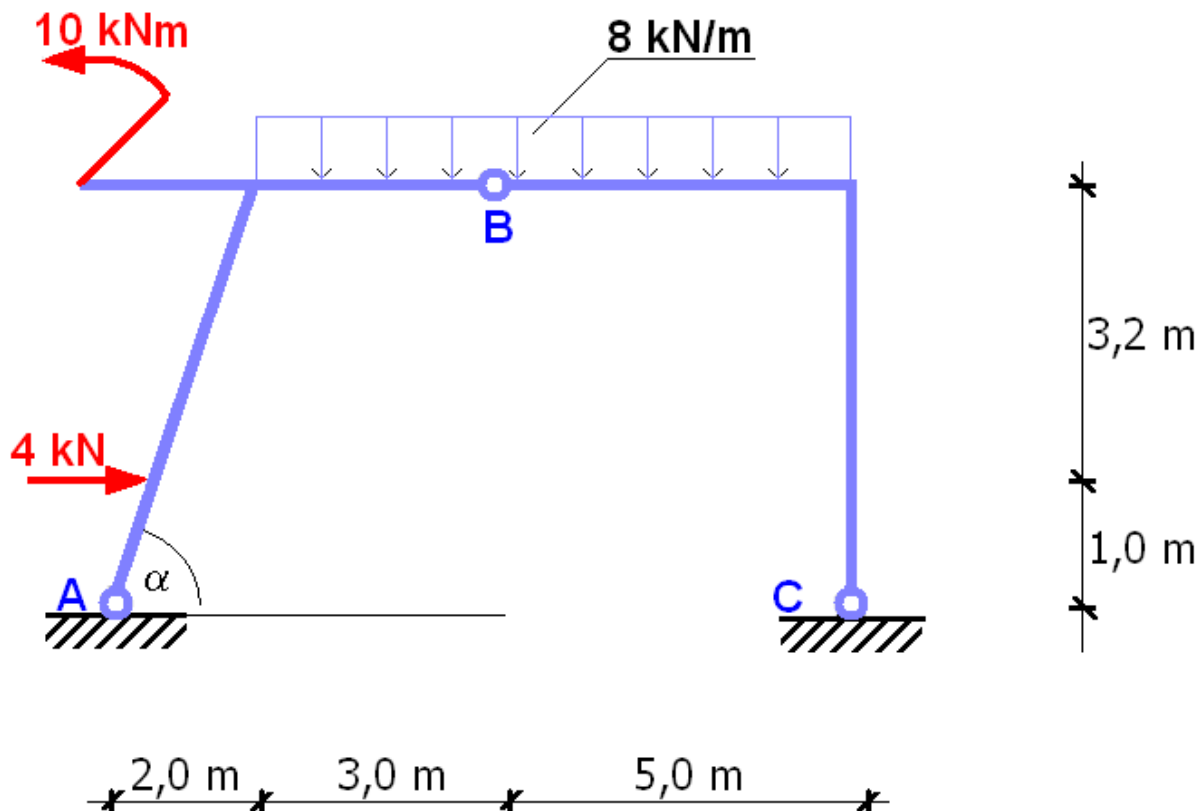


C W I C Z E N I E nr 3

WYZNACZANIE SIŁ
WEWNĘTRZNYCH
W RAMACH

wykonat: Damian Ziótkowski

WYZNACZYĆ SIŁY ZEWNĘTRZNE I WEWNĘTRZNE
W NASTĘPUJĄCEJ RAMIE:



1. Analiza geometrycznej niezmienności i statycznej wyznaczalności:

a) warunek konieczny:

$$s = 3t - r = 3t - (r_A + r_B + r_C)$$

$$t = 2$$

$$r_A = 2$$

$$r_B = 2$$

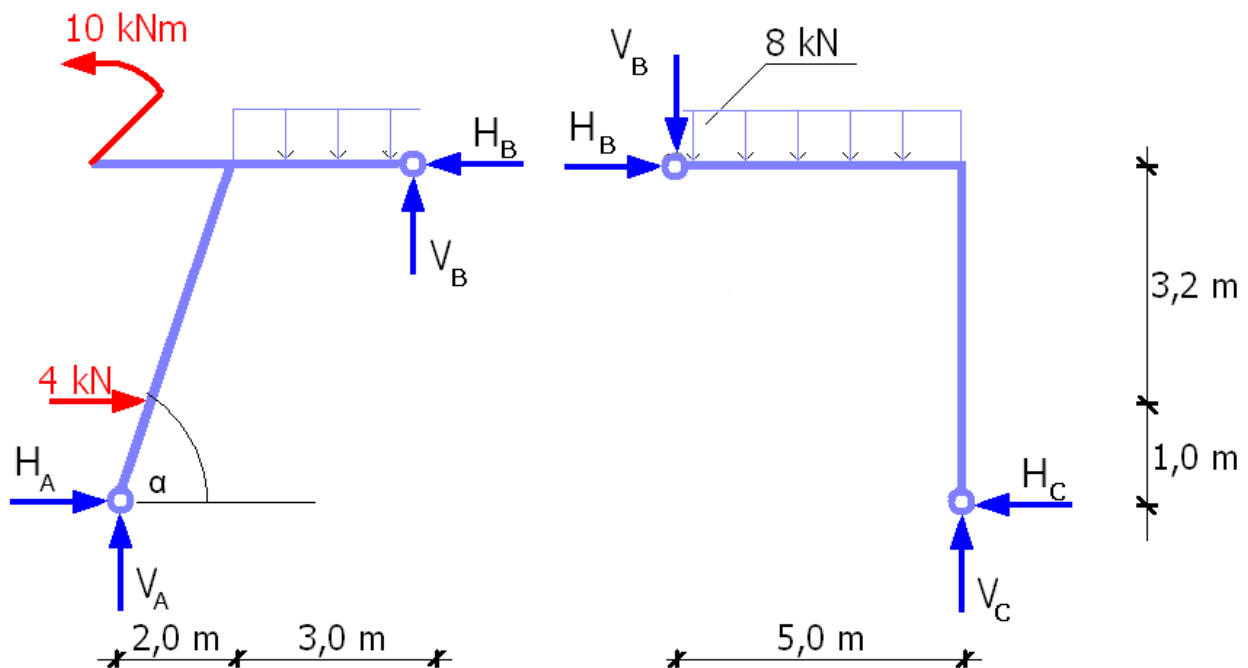
$$r_C = 2$$

$$s = 3 \cdot 2 - (2 + 2 + 2) = 6 - 6 = 0$$

b) warunek dostateczny:

Tarcza AB połączona jest z podłożem przegubem A oraz z tarczą BC przegubem B. Tarcza BC połączona jest z podłożem przegubem C oraz z tarczą AB przegubem B. Przeguby A, B, C nie leżą na jednej prostej, a więc układ tarcz AB i BC tworzy układ trójprzegubowy, geometrycznie niezmienny.

Uwolnienie układu od więzów:



$$\sin \alpha = 0,9029$$

$$\cos \alpha = 0,4300$$

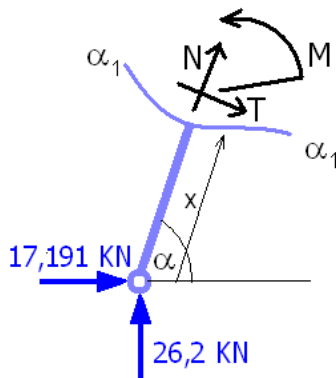
$$\begin{aligned} \sum M_A^C = 0 &\quad \rightarrow \sum M_A^C = -10 + 4 \cdot 1 + 8 \cdot 8 \cdot 6 - V_C \cdot 10 = 0 &\quad \rightarrow V_C = 37,800 \text{ kN} \\ \sum M_C^C = 0 &\quad \rightarrow \sum M_C^C = -10 + 4 \cdot 1 - 8 \cdot 8 \cdot 4 + V_A \cdot 10 = 0 &\quad \rightarrow V_A = 26,200 \text{ kN} \\ \sum M_B^L = 0 &\quad \rightarrow \sum M_B^L = -10 - 4 \cdot 3,2 - 8 \cdot 3 \cdot 1,5 + V_A \cdot 5 - H_A \cdot 4,2 = 0 &\quad \rightarrow H_A = 17,191 \text{ kN} \\ \sum X^L = 0 &\quad \rightarrow \sum X^L = 4 + H_A - H_B = 0 &\quad \rightarrow H_B = 21,191 \text{ kN} \\ \sum Y^L = 0 &\quad \rightarrow \sum Y^L = V_A + V_B - 8 \cdot 3 = 0 &\quad \rightarrow V_B = -2,200 \text{ kN} \\ \sum X^P = 0 &\quad \rightarrow \sum X^P = H_B - H_C = 0 &\quad \rightarrow H_C = 21,191 \text{ kN} \end{aligned}$$

SPRAWDZENIE WYNIKÓW:

$$\begin{aligned} \sum X^C &= H_A + 4 - H_C = 0 \\ \sum Y^C &= V_A + V_C - 8 \cdot 8 = 0 \\ \sum M_A^L &= -10 + 4 \cdot 1 + 8 \cdot 3 \cdot 3,5 - V_B \cdot 5 - H_B \cdot 4,2 = 0 \end{aligned}$$

2. Wyznaczanie sił wewnętrznych:

$\alpha_1-\alpha_1$



$$N(x) = -26,2 \cdot \sin \alpha - 17,191 \cdot \cos \alpha = -31,046 \text{ kN}$$

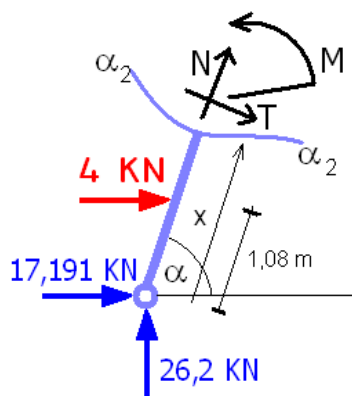
$$T(x) = 26,2 \cdot \cos \alpha - 17,191 \cdot \sin \alpha = -4,258 \text{ kN}$$

$$M(x) = -26,2 \cdot \cos \alpha \cdot x - 17,191 \cdot \sin \alpha \cdot x = -4,258x$$

$$M(0) = 0 \text{ kNm}$$

$$M(1,108) = 4,719 \text{ kNm}$$

$\alpha_2-\alpha_2$



$$N(x) = -26,2 \cdot \sin \alpha - 17,191 \cdot \cos \alpha - 4 \cdot \cos \alpha = -32,765 \text{ kN}$$

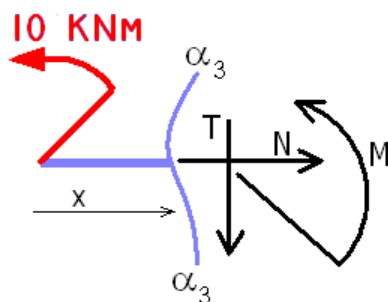
$$T(x) = 26,2 \cdot \cos \alpha - 17,191 \cdot \sin \alpha - 4 \cdot \sin \alpha = -7,870 \text{ kN}$$

$$M(x) = 26,2 \cdot \cos \alpha \cdot x - 17,191 \cdot \sin \alpha \cdot x - 4 \cdot \sin \alpha \cdot x = -7,870x + 4,002$$

$$M(1,108) = 4,719 \text{ kNm}$$

$$M(4,652) = -32,609 \text{ kNm}$$

$\alpha_3-\alpha_3$

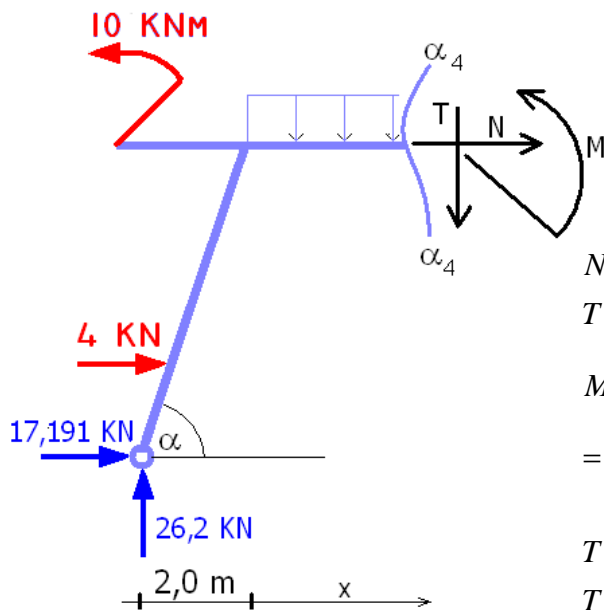


$$N(x) = 0$$

$$T(x) = 0$$

$$M(x) = -10 \text{ kNm}$$

$\alpha_4 - \alpha_4$



$$N(x) = -17,191 - 4 = -21,191 \text{ kN}$$

$$T(x) = 26,2 - 8x$$

$$M(x) = 26,2(x + 2) - 10 - 8 \frac{x^2}{2} - 17,191 \cdot 4,2 - 4 \cdot 3,2 = -4x^2 + 26,2x - 42,602$$

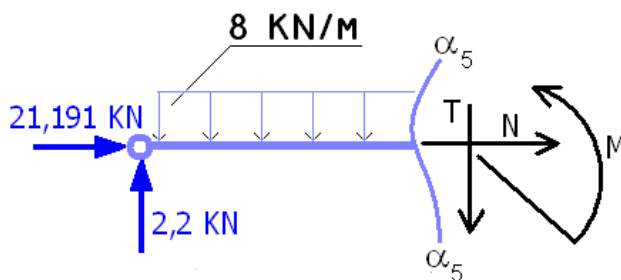
$$T(0) = 26,2 \text{ kN}$$

$$M(0) = -42,602 \text{ kNm}$$

$$T(3) = 2,2 \text{ kN}$$

$$M(3) = 0 \text{ kNm}$$

$\alpha_5 - \alpha_5$



$$N(x) = -21,191 \text{ kN}$$

$$T(x) = 2,2 - 8x$$

$$M(x) = 2,2x - 8 \frac{x^2}{2}$$

$$T(0) = 2,200 \text{ kN}$$

$$M(0) = 0 \text{ kNm}$$

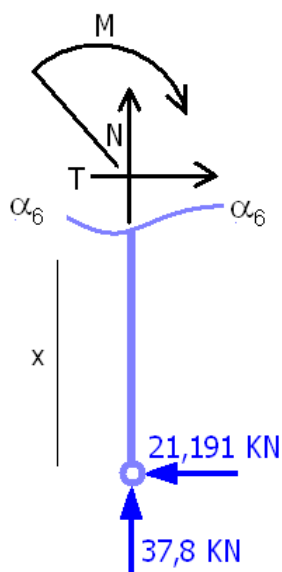
$$T(5) = -37,800 \text{ kN}$$

$$M(5) = -89 \text{ kNm}$$

$$T(x) = 0 \Rightarrow 2,2 - 8x = 0 \Rightarrow x_e = 3,275 \text{ m}$$

$$M_3(x_e) = 0,301 \text{ kNm}$$

$\alpha_6 - \alpha_6$



$$N(x) = -37,8 \text{ kN}$$

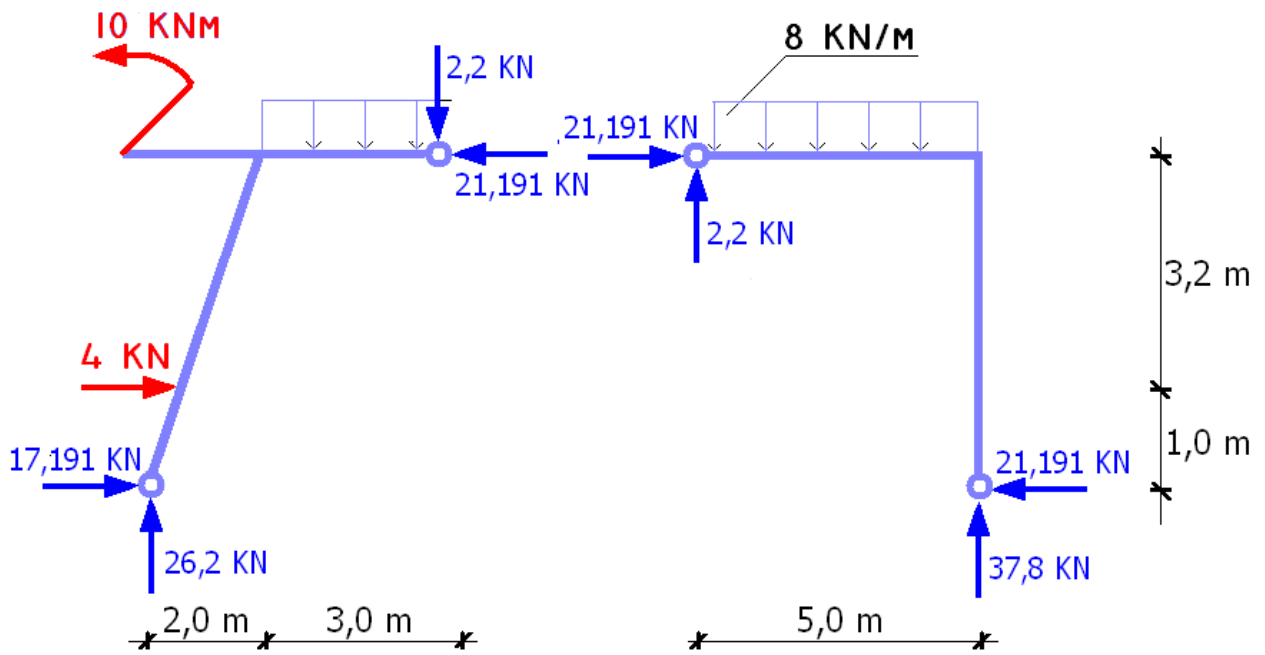
$$T(x) = 21,191 \text{ kN}$$

$$M(x) = -21,191x$$

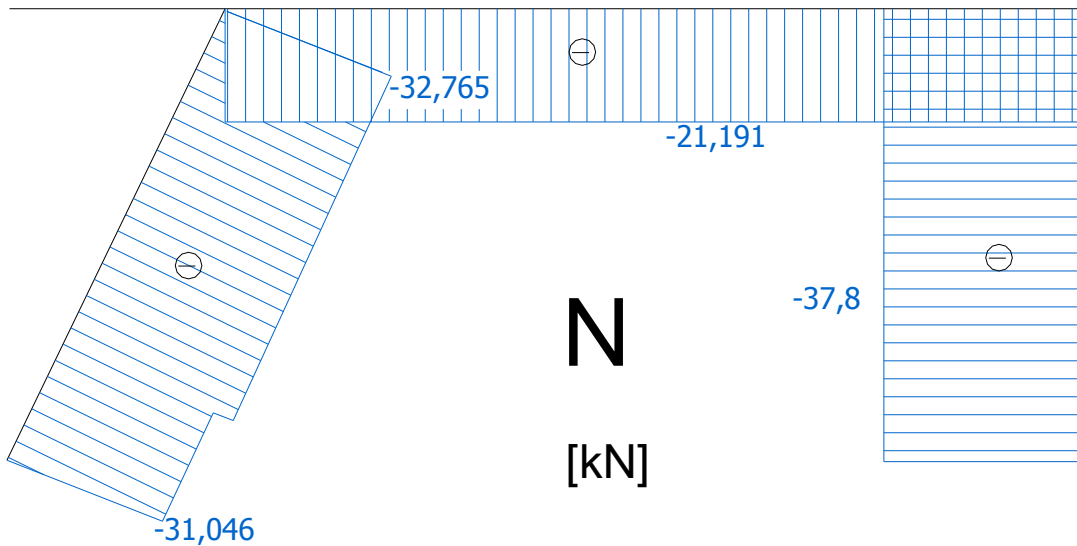
$$M(0) = 0 \text{ kNm}$$

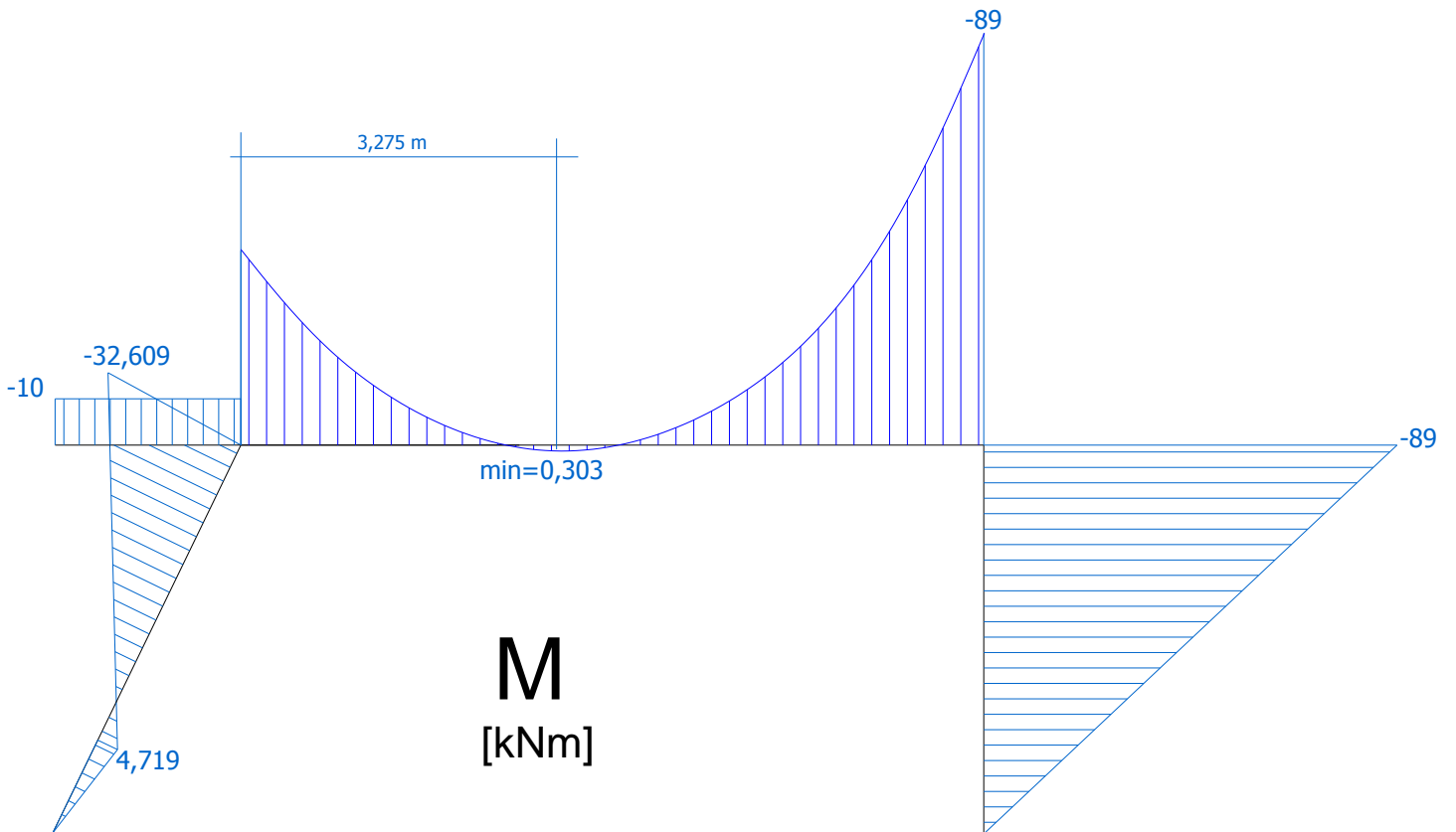
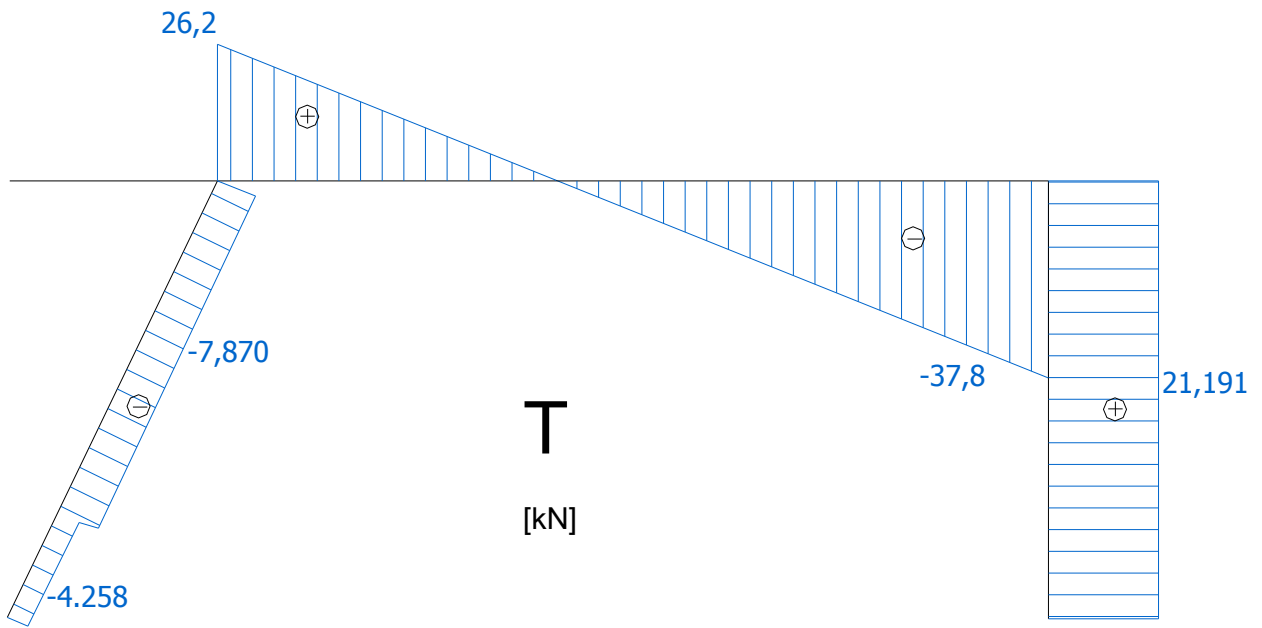
$$M(4,2) = -89,002 \text{ kNm}$$

3. Zestawienie sił zewnętrznych:

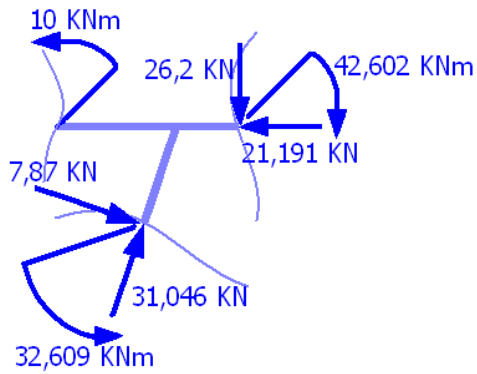


4. Wykresy sił wewnętrznych:

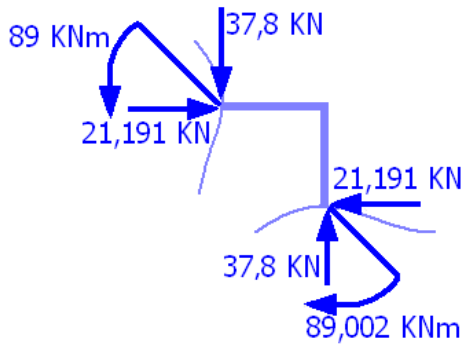




5. Równowaga sił wewnętrznych w węźle:



$$\begin{aligned} \sum X &= 32,765 \cdot \cos \alpha + 7,87 \cdot \sin \alpha - 21,191 \approx 0 \\ \sum Y &= 32,765 \cdot \sin \alpha + 7,87 \cdot \cos \alpha - 26,2 \approx 0 \\ \sum M &= 10 + 32,609 - 42,602 = 0,007 \approx 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sum X &= 21,191 - 21,191 = 0 \\ \sum Y &= 37,8 - 37,8 = 0 \\ \sum M &= 89 - 89,002 = -0,002 \end{aligned}$$