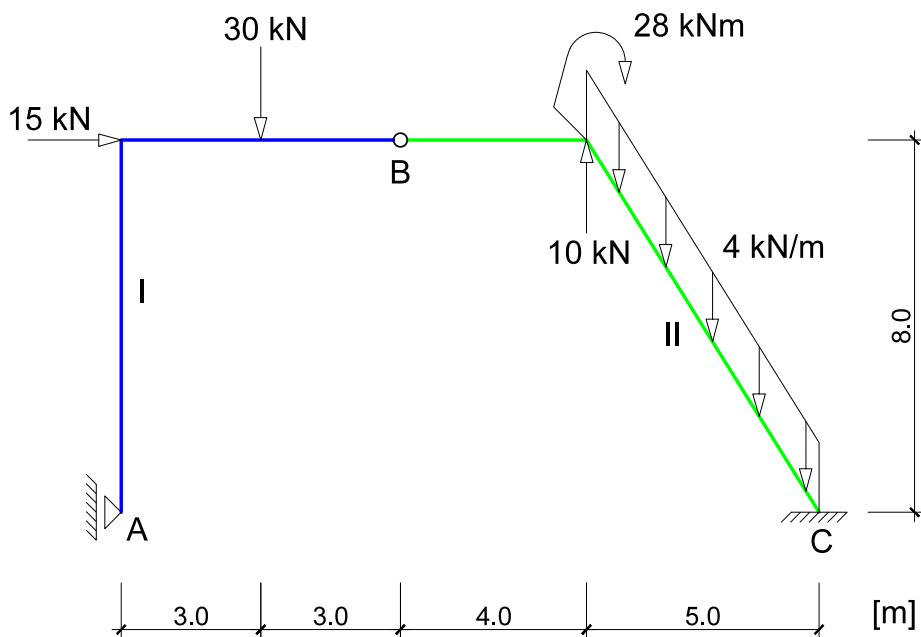


Wyznaczanie sił wewnętrznych w ramach statycznie wyznaczalnych

**Kamil Wójcik
Grupa 11
I Rok Budownictwa**

1. Schemat układu



2. Sprawdzenie geometrycznej niezmienności układu

a) Warunek konieczny

$$n = w - 3t$$

t – liczba tarcz

w – liczba więzów

Układ składa się z dwóch tarcz: oznaczonej kolorem niebieskim – tarczy pierwszej i kolorem zielonym – tarczy drugiej, jednego pręta podporowego oznaczonego jako A (podpora przegubowo przesuwna), jednego przegubu w punkcie B, odbierającego dwa stopnie swobody i utwierdzenia w punkcie C odbierającego trzy stopnie swobody.

$$t = 2$$

$$w = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$n = 6 - 3 \cdot 2 = 0$$

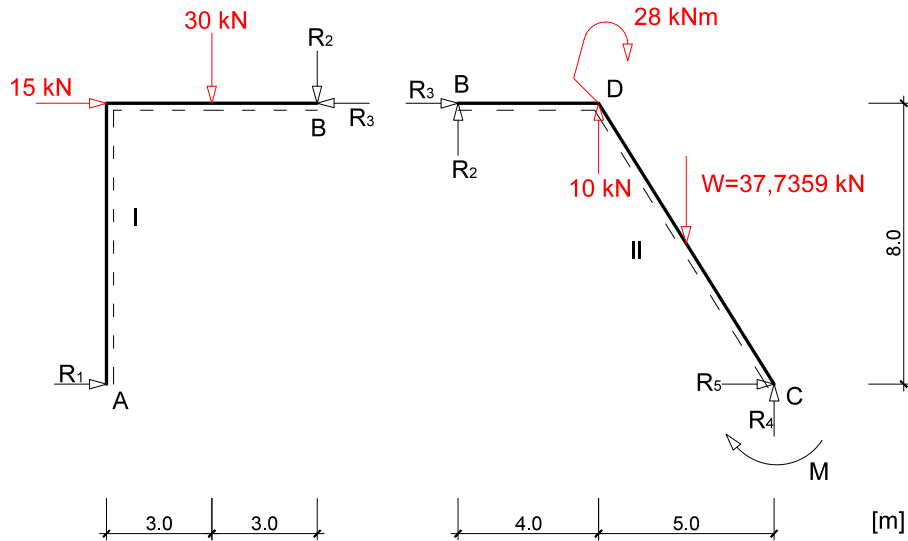
⇒ warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony

b) Warunek dostateczny

- tarcza II jest utwierdzona w punkcie C, co odbiera jej trzy stopnie swobody, dlatego też jest ona geometrycznie niezmienna;
- tarcza I jest połączona z tarczą geometrycznie niezmienną II przegubem B oraz podporą przegubowo przesuwną A, przegub nie leży na kierunku pręta, stąd też tarcza I jest geometrycznie niezmienna.

Wniosek: cały układ jest geometrycznie niezmienny.

3. Wyznaczenie reakcji



$$\begin{aligned}\sum M_B^I &= 0 \\ 8 \cdot (-R_1) - 30 \cdot 3 &= 0 \\ R_1 &= -11,25 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_x^I &= 0 \\ R_1 + 15 - R_3 &= 0 \\ -11,25 + 15 - R_3 &= 0 \\ R_3 &= 3,75 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_y^I &= 0 \\ 30 + R_2 &= 0 \\ R_2 &= -30 \text{ kN}\end{aligned}$$

Sprawdzenie dla tarczy I:

$$\sum M_A = R_2 \cdot 6 - R_3 \cdot 8 + 30 \cdot 3 + 15 \cdot 8 = -180 - 30 + 90 + 120 = 0$$

$$\begin{aligned}\sum P_y^{II} &= 0 \\ R_2 + 10 + R_4 - 37,7359 &= 0 \\ R_4 &= 57,7359 \text{ kN}\end{aligned}$$

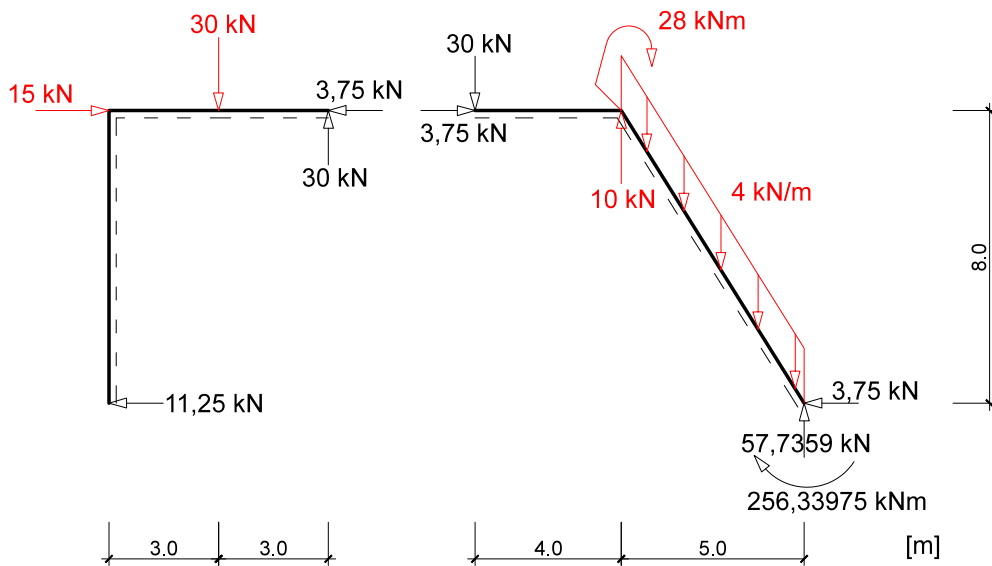
$$\begin{aligned}\sum P_x^{I+II} &= 0 \\ R_1 + R_5 + 15 &= 0 \\ -11,25 + R_5 + 15 &= 0 \\ R_5 &= -3,75 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_B^{II} &= 0 \\ -R_4 \cdot 9 - R_5 \cdot 8 + 6,5 \cdot W - 10 \cdot 4 + 28 + M &= 0 \\ -519,6231 + 30 + 245,28335 - 40 + 28 &= -M \\ M &= 256,33975 \text{ kNm}\end{aligned}$$

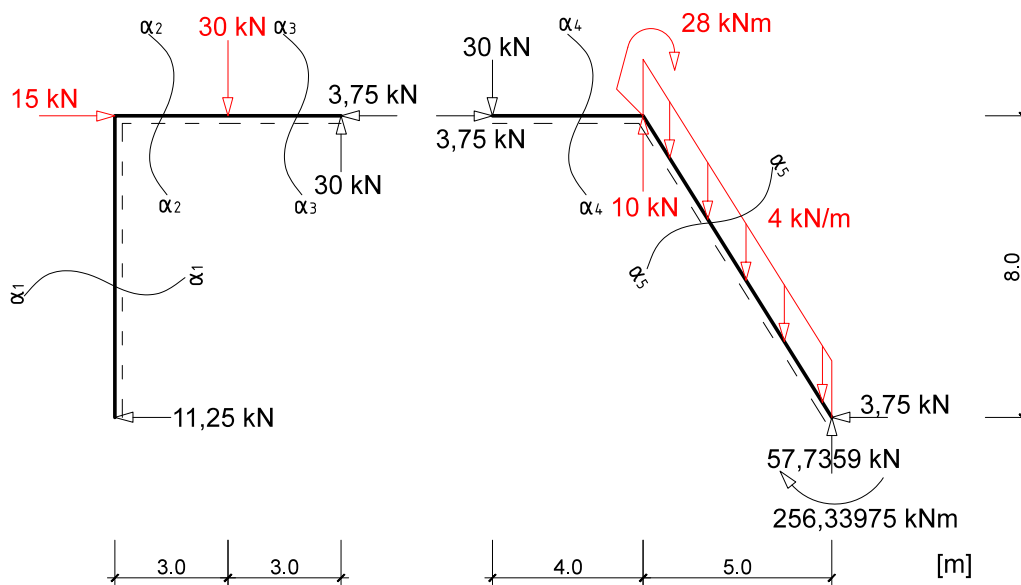
Sprawdzenie dla tarczy II:

$$\begin{aligned}\sum M_D^{II} &= -R_5 \cdot 8 - R_4 \cdot 5 + 2,5 \cdot W + R_2 \cdot 4 - M + 28 = 30 - 288,6795 + \\ &94,33975 - 120 + 256,33975 + 28 = 0\end{aligned}$$

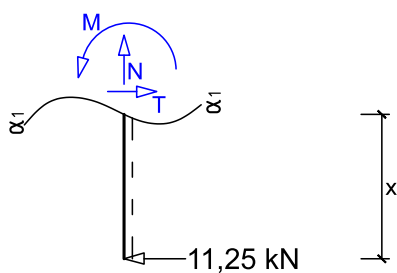
4. Zestawienie sił działających na układ



5. Wyznaczanie sił wewnętrznych



a) przekrój α_1 $x \in \langle 0; 8 \rangle$



$$\sum P_x = 0$$

$$T(x) = 11,25 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0$$

$$N(x) = 0$$

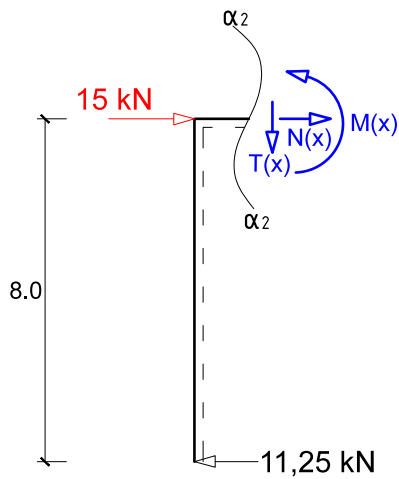
$$\sum M_{\alpha_1-\alpha_1} = 0$$

$$M(x) = 11,25 \cdot x$$

$$x = 0 \rightarrow M(0) = 0$$

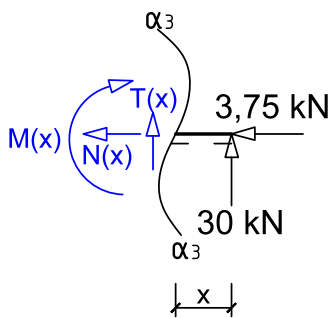
$$x = 8 \rightarrow M(8) = 90 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

b) przekrój $\alpha_2 \quad x \in \langle 0; 3 \rangle$



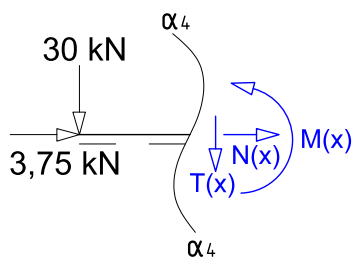
$$\begin{aligned} \sum P_x &= 0 \\ N(x) &= -3,75 \text{ kN} \\ \sum P_y &= 0 \\ T(x) &= 0 \text{ kN} \\ \sum M_{\alpha_2-\alpha_2} &= 0 \\ M(x) &= 11,25 \cdot 8 = 90 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

c) przekrój $\alpha_3 \quad x \in \langle 0; 3 \rangle$



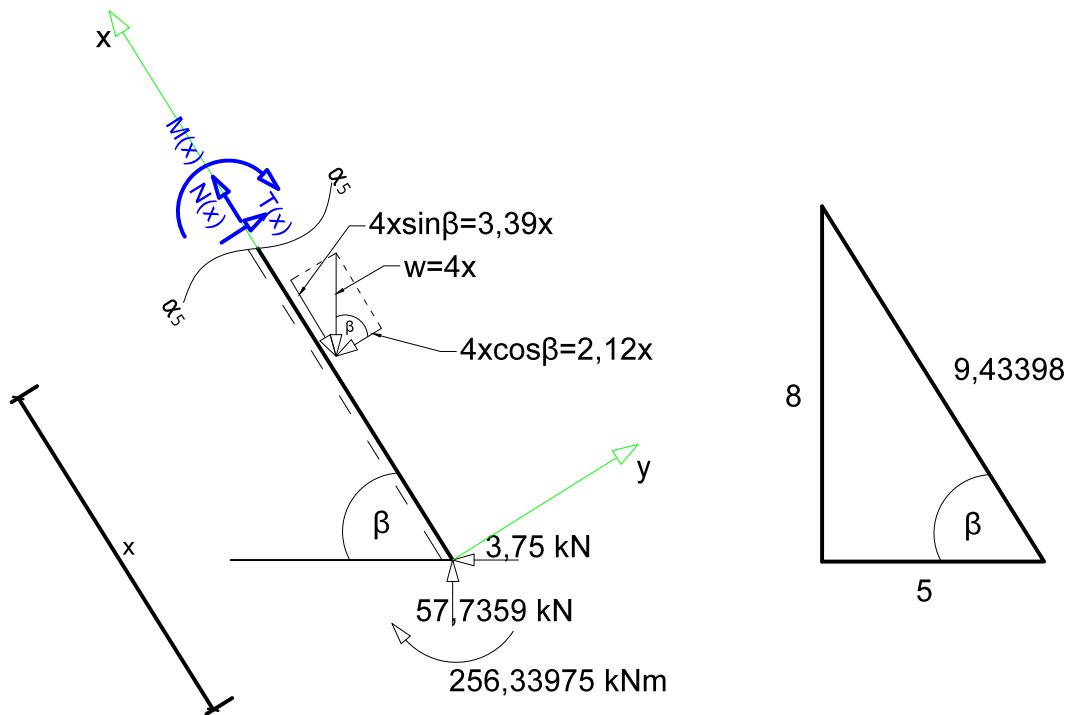
$$\begin{aligned} \sum P_x &= 0 \\ N(x) &= -3,75 \text{ kN} \\ \sum P_y &= 0 \\ T(x) &= -30 \text{ kN} \\ \sum M_{\alpha_3-\alpha_3} &= 0 \\ M(x) &= 30 \cdot x \\ x = 0 &\rightarrow M(0) = 0 \\ x = 3 &\rightarrow M(3) = 90 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

d) przekrój $\alpha_4 \quad x \in \langle 0; 4 \rangle$



$$\begin{aligned} \sum P_x &= 0 \\ N(x) &= -3,75 \\ \sum P_y &= 0 \\ T(x) &= -30 \text{ kN} \\ \sum M_{\alpha_4-\alpha_4} &= 0 \\ -M(x) - 30 \cdot x &= 0 \\ M(x) &= -30 \cdot x \\ x = 0 &\rightarrow M(0) = 0 \text{ kNm} \\ x = 4 &\rightarrow M(4) = -120 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

a) przekrój α_5 $x \in \langle 0; 9,43398 \rangle$



$$\sin\beta = 0,847998$$

$$\cos\beta = 0,529999$$

$$\sum P_x = 0$$

$$N(x) + 57,7359 \cdot \sin\beta + 3,75 \cdot \cos\beta - 3,39 \cdot x = 0$$

$$N(x) = -48,96 - 1,99 + 3,39 \cdot x$$

$$N(x) = -50,95 + 3,39 \cdot x$$

$$x = 0 \rightarrow N(0) = -50,95 \text{ kN}$$

$$x = 9,43398 \rightarrow N(9,43398) = -18,97 \text{ kN}$$

$$\sum P_y = 0$$

$$T(x) - 2,12 \cdot x - 3,75 \cdot \sin\beta + 57,7359 \cdot \cos\beta = 0$$

$$T(x) = 2,12 \cdot x + 3,18 - 30,6$$

$$T(x) = 2,12 \cdot x - 27,42$$

$$x = 0 \rightarrow T(x) = -27,42 \text{ kN}$$

$$x = 9,43398 \rightarrow T(x) = -7,42 \text{ kN}$$

$$\sum M_{\alpha_5-\alpha_5} = 0$$

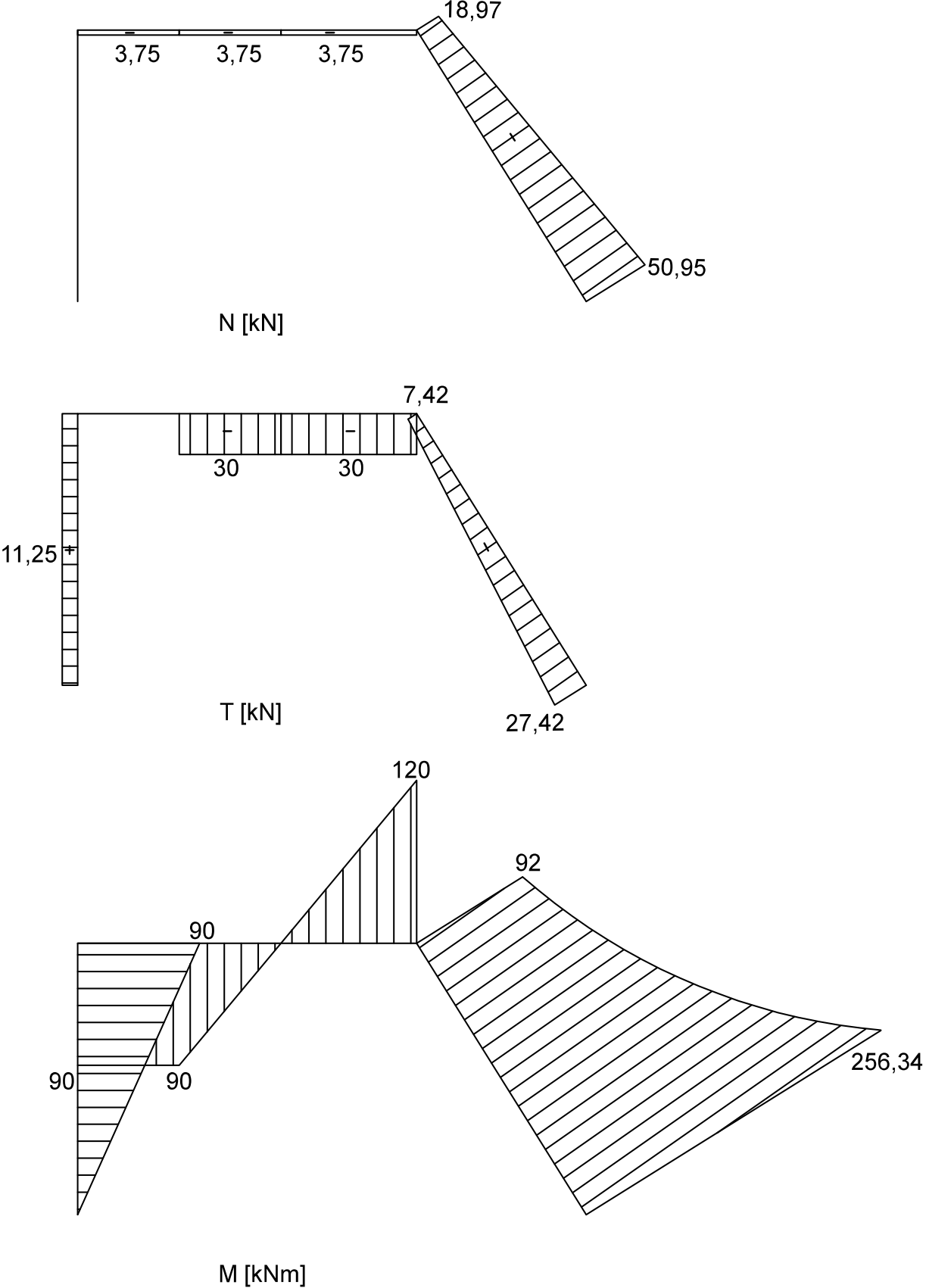
$$M(x) - 57,7359 \cdot \cos\beta \cdot x + 3,75 \cdot \sin\beta \cdot x + 2,12 \cdot x \cdot \frac{x}{2} + 256,34 = 0$$

$$M(x) = -1,06 \cdot x^2 + 27,42 \cdot x - 256,34$$

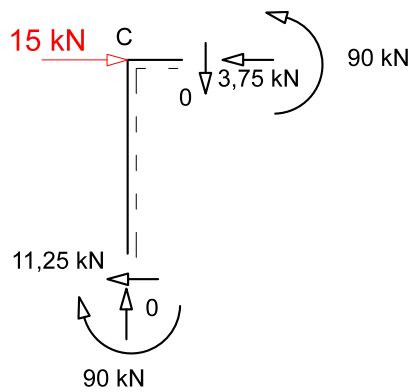
$$x = 0 \rightarrow M(x) = -256,34 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 9,43398 \rightarrow M(x) = -94,34 + 258,68 - 256,34 = -92 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

6. Wykresy sił wewnętrznych



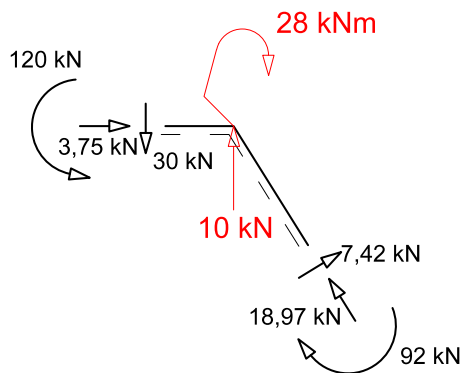
7. Sprawdzenie równowagi węzłów



$$\begin{aligned}\sum P_x &= 0 \\ 15 - 3,75 - 11,25 &= 0\end{aligned}$$

$$\sum P_y = 0$$

$$\begin{aligned}\sum M_C &= 0 \\ 90 - 90 &= 0\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sum P_x &= 0 \\ 3,75 - 18,97 \cdot \cos\beta + 7,42 \cdot \sin\beta &= 0 \\ 3,75 - 10,0 + 6,29 &= 0,04\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_y &= 0 \\ 30 - 10 - 18,97 \cdot \sin\beta - 7,42 \cdot \cos\beta &= 0,02\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M &= 0 \\ 92 + 28 - 120 &= 0\end{aligned}$$