



POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
Zakład Mechaniki Budowli

ĆWICZENIE nr 1

**WYZNACZANIE REAKCJI WIĘZÓW W UKŁADZIE TARCZ
SZTYWNYCH**

Prowadzący: mgr inż. A. Kaczor

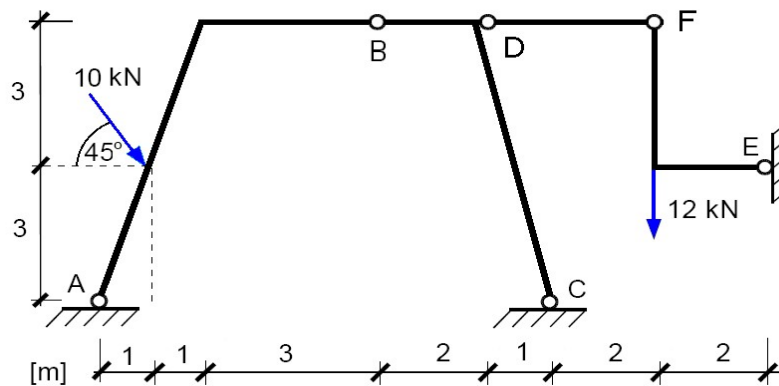
Wykonał: Paweł Wierzbicki

Grupa B6

Rok akad. 2003/2004

STUDIA DZIENNE MAGISTERSKIE, I ROK

1. Schemat konstrukcji



2. Dyskusja geometrycznej niezmienności układu

Warunek konieczny

$$n = w - 3 \cdot t \quad t = 4 \text{ — liczba tarcz}$$

$$n = 12 - 3 \cdot 4 \quad w = 2 \cdot 6 = 12 \text{ — liczba stopni swobody odbieranych przez więzy}$$

$$n = 0$$

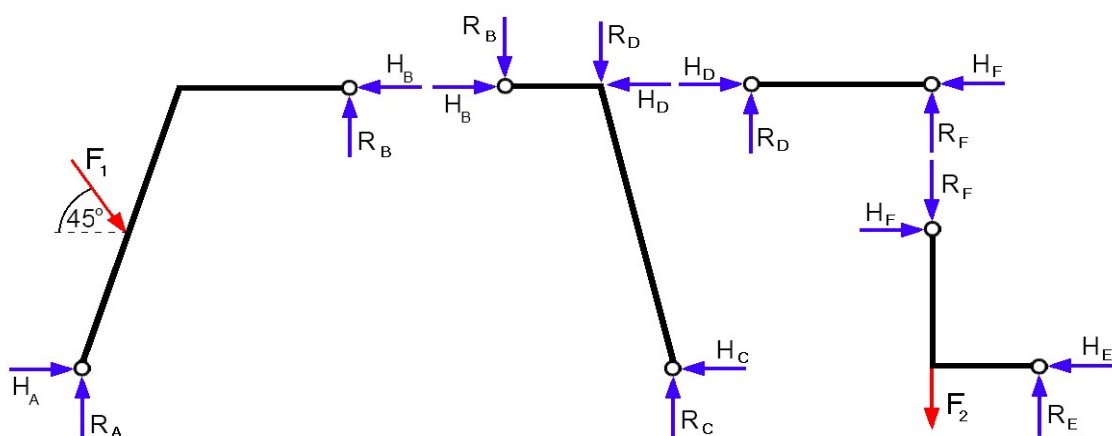
Warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony.

Warunek dostateczny

- tarcze AB i BC tworzą układ trójprzegubowy. Są połączone z podłożem dwiema podporami przegubowo-nieprzesuwnymi A i C, a ze sobą przegubem B. Przeguby A, B, C nie leżą na jednej prostej, więc układ tarcz AB-BC jest układem trójprzegubowym geometrycznie niezmiennym. Jeśli tarcze AB, BC są geometrycznie niezmiennie to możemy na nim opierać kolejne tarcze.
- tarcze DF i FE również tworzą układ trójprzegubowy. Tarcza DF połączona jest z geometrycznie niezmienną tarczą BC przegubem D, tarcza FE połączona jest z tarczą FD przegubem F i z podłożem przegubem E. Przeguby D, E i F nie leżą na jednej prostej, a więc jest to układ geometrycznie niezmienny.

Cały układ jest więc geometrycznie niezmienny.

3. Układ tarcz uwolniony od więzów



4. Zestawienie równań równowagi dla całego układu tarcz

a) równania równowagi tarcz AB, BC jako całości (ABC→AC)

$$\begin{aligned}\Sigma X = 0 & \quad H_A - H_C - H_D + F_1 \cos\varphi = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \quad R_A + R_C - R_D - F_1 \sin\varphi = 0 \\ \Sigma M_A = 0 & \quad -8 R_C + 7 R_D - 6 H_D + 3 F_1 \cos\varphi + F_1 \sin\varphi = 0 \\ \Sigma M_C = 0 & \quad 8 R_A + 3 F_1 \cos\varphi - 7 F_1 \sin\varphi - R_D - 6 H_D = 0\end{aligned}$$

b) równania równowagi dla wyodrębnionych tarcz AB, BC (ABC)

$$\begin{aligned}\text{AB)} \quad \Sigma X = 0 & \quad H_A + H_B + F_1 \cos\varphi = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \quad R_A + R_B - F_1 \sin\varphi = 0 \\ \Sigma M_B = 0 & \quad 5 R_A - 6 H_A - 3 F_1 \cos\varphi - 4 F_1 \sin\varphi = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{BC)} \quad \Sigma X = 0 & \quad -H_C + H_B - H_D = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \quad R_C - R_B - R_D = 0 \\ \Sigma M_B = 0 & \quad -3 R_C + 6 H_C + 2 R_D = 0\end{aligned}$$

c) równania równowagi tarcz DF, FE jako całości (DFE → DE)

$$\begin{aligned}\Sigma X = 0 & \quad H_D - H_E = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \quad R_D - F_2 + R_E = 0\end{aligned}$$

d) równania równowagi wyodrębnionych tarcz DF, FE (DFE)

$$\begin{aligned}\text{DF)} \quad \Sigma X = 0 & \quad H_D - H_F = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \quad R_D + R_F = 0 \\ \Sigma M_F = 0 & \quad 3 R_D = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{FE)} \quad \Sigma X = 0 & \quad H_F - H_E = 0 \\ \Sigma Y = 0 & \quad -F_2 + R_E - R_F = 0 \\ \Sigma M_F = 0 & \quad 3 H_E - 2 R_E = 0\end{aligned}$$

5. Obliczanie sił reakcji z układów równań

Obliczenia rozpoczynam od układu trójprzegubowego DFE. Dzięki odpowiedniemu wyborowi punktów, względem których zapisano równania momentów, zostało osiągnięte rozprzężenie układu równań opisujących równowagę układu (otrzymałem równania z jedną niewiadomą).

Dla tarczy DF:

$$\begin{aligned}1) \quad \Sigma M_F = 0 & \quad 3 R_D = 0 & \rightarrow & \quad R_D = 0 \text{ kN} \\ 2) \quad \Sigma M_D = 0 & \quad 3 R_F = 0 & \rightarrow & \quad R_F = 0 \text{ kN}\end{aligned}$$

Dla tarczy EF:

$$\begin{aligned}3) \quad \Sigma M_E = 0 & \quad 2 R_F + 2 F_2 - 3 H_F = 0 \\ & \quad 2 \cdot 0 + 2 \cdot 12 - 3 H_F = 0 & \rightarrow & \quad H_F = 8 \text{ kN} \\ 4) \quad \Sigma Y = 0 & \quad R_E - R_F - F_2 = 0 \\ & \quad R_E - 0 - 12 = 0 & \rightarrow & \quad R_E = 12 \text{ kN} \\ 5) \quad \Sigma X = 0 & \quad H_F - H_E = 0 & \rightarrow & \quad H_E = 8 \text{ kN}\end{aligned}$$

Dla tarczy DF:

$$6) \quad \Sigma X = 0 \quad H_D - H_F = 0 \quad \rightarrow \quad H_D = 8 \text{ kN}$$

Sprawdzenie wyników (dla układu tarcz DFE).

Podstawiam otrzymane wyniki do równania równowagi, z którego nie korzystałem przy wyznaczaniu reakcji:

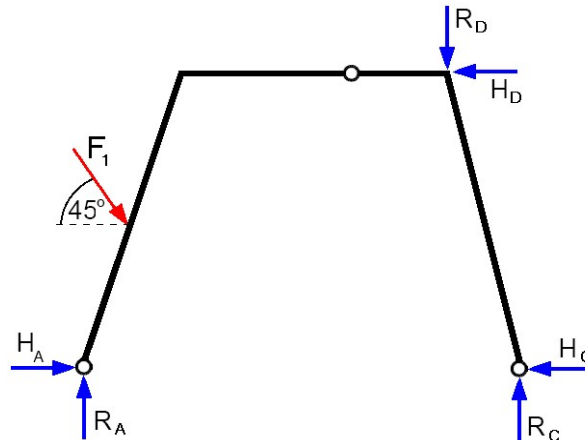
$$\Sigma M_F = 0 \quad (\text{dla układu tarcz DFE})$$

$$3 R_D - 2 R_E + 3 H_E = 0$$

$$3 \cdot 0 - 2 \cdot 12 + 3 \cdot 8 = 0$$

$$0 = 0$$

Przechodzę do układu tarcz ABC:



Dla układu tarcz ABC:

$$1) \quad \Sigma M_A = 0 \quad -8 R_C + 7 R_D - 6 H_D + 3 F_1 \cos \varphi + F_1 \sin \varphi = 0$$

$$-8 R_C + 7 \cdot 0 - 6 \cdot 8 + 21,2132 + 7,0711 = 0 \quad \rightarrow \quad R_C = -2,465 \text{ kN}$$

$$2) \quad \Sigma M_C = 0 \quad 8 R_A + 3 F_1 \cos \varphi - 7 F_1 \sin \varphi - R_D - 6 H_D = 0$$

$$8 R_A + 21,2132 - 49,4975 - 0 - 6 \cdot 8 = 0 \quad \rightarrow \quad R_A = 9,536 \text{ kN}$$

Dla tarczy BC:

$$3) \quad \Sigma M_B = 0 \quad 3 R_C + 6 H_C + 2 R_D = 0$$

$$-3 \cdot (-2,4645) + 6 H_C + 2 \cdot 0 = 0 \quad \rightarrow \quad H_C = -1,232 \text{ kN}$$

$$4) \quad \Sigma Y = 0 \quad R_C - R_B - R_D = 0$$

$$-2,4645 - R_B - 0 = 0 \quad \rightarrow \quad R_B = -2,465 \text{ kN}$$

$$5) \quad \Sigma X = 0 \quad -H_C + H_B - H_D = 0$$

$$-(-1,2323) + H_B - 8 = 0 \quad \rightarrow \quad H_B = 6,768 \text{ kN}$$

Dla układu tarcz ABC:

$$6) \quad \Sigma X = 0 \quad H_A - H_C - H_D + F_1 \cos \varphi = 0$$

$$H_A - (-1,2323) - 8 + 7,0711 = 0 \quad \rightarrow \quad H_A = -0,3034 \text{ kN}$$

Sprawdzenie wyników (dla układu tarcz ABC).

Podstawiam otrzymane wyniki do równania równowagi, z którego nie korzystałem przy wyznaczaniu reakcji:

$$\Sigma M_B = 0 \quad (\text{dla układu tarcz ABC})$$

$$5 R_A - 6 H_A - 3 R_C + 6 H_C + 2 R_D - 3 F_1 \cos \varphi - 4 F_1 \sin \varphi = 0$$

$$5 \cdot 9,536 - 6 \cdot (-0,3034) - 3 \cdot (-2,465) + 6 \cdot (-1,232) + 2 \cdot 0 - 21,21 - 28,28 = 0$$

$$0,0134 \approx 0$$

Sprawdzenie wyników (dla całego układu tarcz AC).

$$\Sigma M_D = 0$$

$$7 R_A - 6 H_A - 3 F_1 \cos \varphi - 6 F_1 \sin \varphi + 6 H_C - R_C + 3 F_2 - 5 R_E + 3 H_E = 0$$

$$7 \cdot 9,536 - 6 \cdot (-0,3034) - 3 \cdot 10 \cdot 0,7071 - 6 \cdot 10 \cdot 0,7071 + 6 \cdot (-1,232) - (-2,465) + 3 \cdot 12 - 5 \cdot 12 + 3 \cdot 8 = 0$$

$$0,00064 \approx 0$$

6. Zestawienie wyników:

$$H_A = -0,3034 \text{ kN}$$

$$R_A = 9,536 \text{ kN}$$

$$H_B = 6,768 \text{ kN}$$

$$R_B = -2,465 \text{ kN}$$

$$H_C = -1,232 \text{ kN}$$

$$R_C = -2,465 \text{ kN}$$

$$H_D = 8 \text{ kN}$$

$$R_D = 0 \text{ kN}$$

$$H_E = 8 \text{ kN}$$

$$R_E = 12 \text{ kN}$$

$$H_F = 8 \text{ kN}$$

$$R_F = 0 \text{ kN}$$

Wyniki ujemne wartości sił wskazują, że zwroty sił reakcji: H_A , R_B , H_C , R_C są przeciwne do założonych (pkt. 4).

7. Zestawienie wyników

