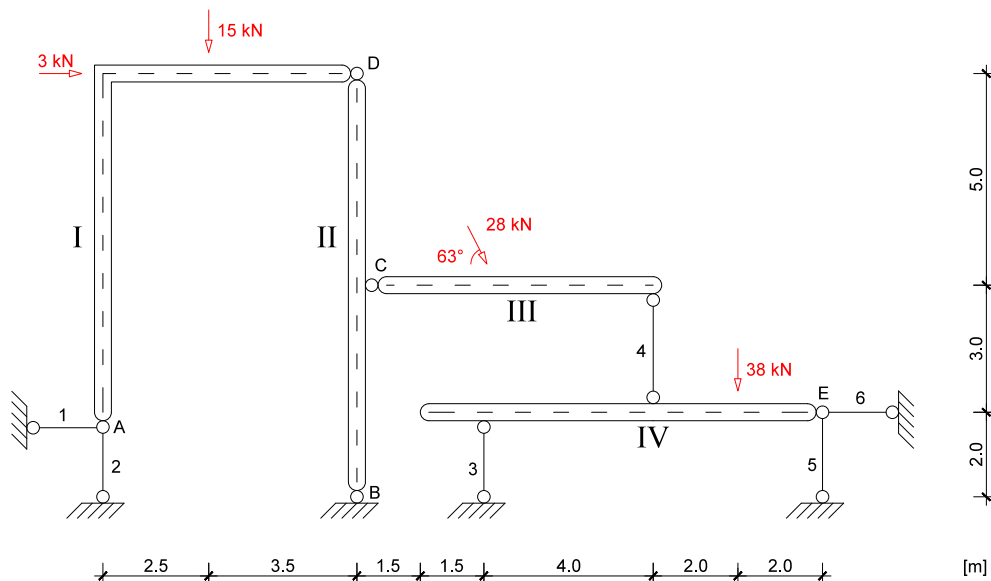


Analiza kinematyczna i statystyczna płaskich układów tarcz sztywnych

**Kamil Wójcik
Grupa 11
I Rok Budownictwa**

I. Schemat układu



II. Sprawdzenie geometrycznej niezmienności układu

1) Warunek konieczny

$$n = w - 3t$$

$$n \geq 0$$

t – liczba tarcz
 w – liczba więzów

Układ składa się z czterech tarcz sztywnych, sześciu prętów podporowych, z których każdy odbiera po jednym stopniu swobody i trzech przegubów, z których każdy odbiera po dwa stopnie swobody.

$$t = 4$$

$$w = 6 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 12$$

$$n = 12 - 3 \cdot 4 = 0$$

⇒ warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony

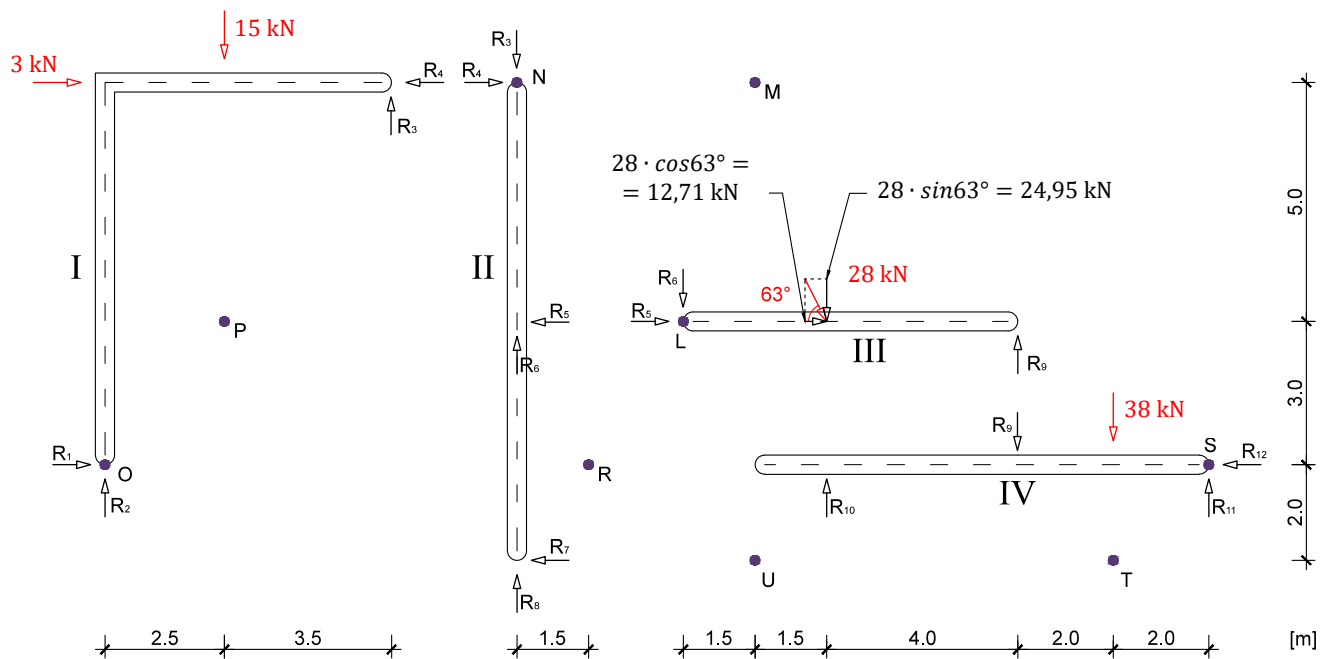
2) Warunek dostateczny

- Tarcza IV jest połączona z podłożem trzema prętami podporowymi: 3, 5, 6, których kierunki nie przecinają się w jednym punkcie, stąd tarcza IV jest geometrycznie niezmienna względem podłoża.
- Tarcze I i II tworzą układ trójprzegubowy. Przegub łączący te tarcze ze sobą znajduje się w punkcie D, przegub łączący tarczę I z podłożem - w punkcie A (punkt przecięcia prętów nr 1 i 2), przegub łączący tarczę II z podłożem - w punkcie B. Przeguby A, B i D nie leżą na jednej prostej, co oznacza że układ ten jest geometrycznie niezmienny.
- Tarcza III jest oparta przegubem C i prętem podporowym nr 4 na tarczach geometrycznie niezmiennych. Przegub C nie leży na kierunku pręta podporowego, wobec tego tarcza III jest geometrycznie niezmienna.

Wniosek: Cały układ jest geometrycznie niezmienny.

III. Wyznaczenie reakcji więzów (analiza statyczna)

Uwolnienie układu od więzów



Tarcza III:

$$\begin{aligned} \sum P_x^{III} &= 0 \\ R_5 + 12,71 &= 0 \\ R_5 &= -12,71 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_L^{III} &= 0 \\ -R_9 \cdot 7 + 24,95 \cdot 3 &= 0 \\ R_9 &= 10,69 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_y^{III} &= 0 \\ 24,95 + R_6 - R_9 &= 0 \\ 24,95 + R_6 - 10,69 &= 0 \\ R_6 &= -14,26 \text{ kN} \end{aligned}$$

Sprawdzenie reakcji dla tarczy III:

$$\begin{aligned} \sum M_M^{III} &= 0 \\ -R_9 \cdot 5,5 + 24,95 \cdot 1,5 - 12,71 \cdot 5 - R_6 \cdot 1,5 - R_5 \cdot 5 &= 0 \\ -10,69 \cdot 5,5 + 24,95 \cdot 1,5 - 12,71 \cdot 5 + 14,26 \cdot 1,5 + 12,71 \cdot 5 &= 0 \\ 0,02 &\approx 0 \end{aligned}$$

Tarcze I+II (układ trójprzegubowy):

$$\begin{aligned} \sum M_N^{II} &= 0 \\ R_7 \cdot 10 + R_5 \cdot 5 &= 0 \\ R_7 \cdot 10 - 12,71 \cdot 5 &= 0 \\ R_7 &= 6,356 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_x^{II} &= 0 \\ R_7 + R_5 - R_4 &= 0 \\ 6,356 - 12,71 - R_4 &= 0 \\ R_4 &= -6,356 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_O^I &= 0 \\ -R_4 \cdot 8 - R_3 \cdot 6 + 3,0 \cdot 8 + 15 \cdot 2,5 &= 0 \\ 6,356 \cdot 8 - 6 \cdot R_3 + 24 + 37,5 &= 0 \\ R_3 &= 18,72 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_y^{II} &= 0 \\ R_8 + R_6 - R_3 &= 0 \\ R_8 - 14,26 - 18,72 &= 0 \\ R_8 &= 32,98 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_x^I &= 0 \\ R_1 + 3,0 - R_4 &= 0 \\ R_1 + 3,0 + 6,356 &= 0 \\ R_1 &= -9,356 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_y^I &= 0 \\ R_2 + R_3 - 15 &= 0 \\ R_2 + 18,72 - 15 &= 0 \\ R_2 &= -3,72 \text{ kN}\end{aligned}$$

Sprawdzenie reakcji z układu trójprzegubowego (tarcze I+II):

$$\begin{aligned}\sum M_p^I &= 0 \\ -R_1 \cdot 3 + R_2 \cdot 2,5 + 3,0 \cdot 5 - R_3 \cdot 3,5 - R_4 \cdot 5 &= 0 \\ 9,356 \cdot 3 - 3,72 \cdot 2,5 + 3,0 \cdot 5 - 18,72 \cdot 3,5 + 6,356 \cdot 5 &= 0 \\ 0,028 &\approx 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_R^{II} &= 0 \\ R_8 \cdot 1,5 + R_7 \cdot 2 + R_6 \cdot 1,5 - R_5 \cdot 3 + R_4 \cdot 8 - R_3 \cdot 1,5 &= 0 \\ 32,98 \cdot 1,5 + 6,356 \cdot 2 - 14,26 \cdot 1,5 + 12,71 \cdot 3 - 6,356 \cdot 8 - 18,72 \cdot 1,5 &= 0 \\ -0,006 &\approx 0\end{aligned}$$

Tarcza IV:

$$\begin{aligned}\sum M_S^{IV} &= 0 \\ R_{10} \cdot 8 - R_9 \cdot 4 - 38 \cdot 2 &= 0 \\ R_{10} \cdot 8 - 10,69 \cdot 4 - 76 &= 0 \\ R_{10} &= 14,85 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum P_y^{IV} &= 0 \\ R_{10} + R_{11} - R_9 - 38,0 &= 0 \\ 14,85 + R_{11} - 10,69 - 38,0 &= 0 \\ R_{11} &= 33,84 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\sum P_x^{IV} = 0$$

$$R_{12} = 0$$

Sprawdzenie reakcji dla tarczy IV:

$$\sum M_U^{IV} = 0$$

$$-R_{10} \cdot 1,5 + R_9 \cdot 5,5 + 38,0 \cdot 7,5 - R_{11} \cdot 9,5 - R_{12} \cdot 2 = 0$$

$$-14,85 \cdot 1,5 + 10,69 \cdot 5,5 + 38,0 \cdot 7,5 - 33,84 \cdot 9,5 - 0 \cdot 2 = 0$$

$$0,04 \approx 0$$

IV. Zestawianie sił czynnych i biernych działających na układ

Na rysunku zaznaczono rzeczywiste zwroty sił reakcji [kN].

