

Politechnika Poznańska

Instytut Konstrukcji Budowlanych

Zakład Mechaniki Budowli



Metoda sił

Prowadzący: mgr inż. Anita Kaczor

Autor: Arleta Bartczak

Semestr: trzeci (pierwszy stopień)

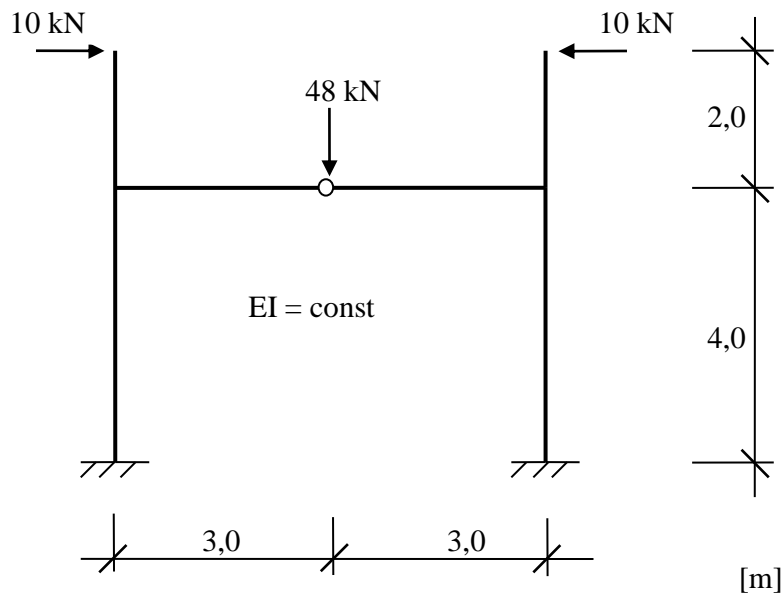
Rok: 2014/2015

Zadanie

Dla ramy przedstawionej na schemacie wyznaczyć wykresy sił wewnętrznych metodą sił, wykonać sprawdzenie kinematyczne.

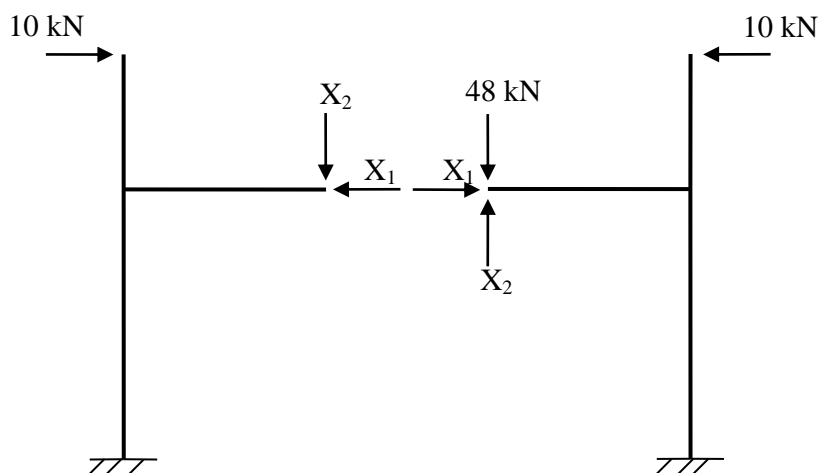
Rozwiązanie

1. Schemat statyczny ramy:



2. Stopień statycznej niewyznaczalności: $SSN = 2$

3. Układ podstawowy

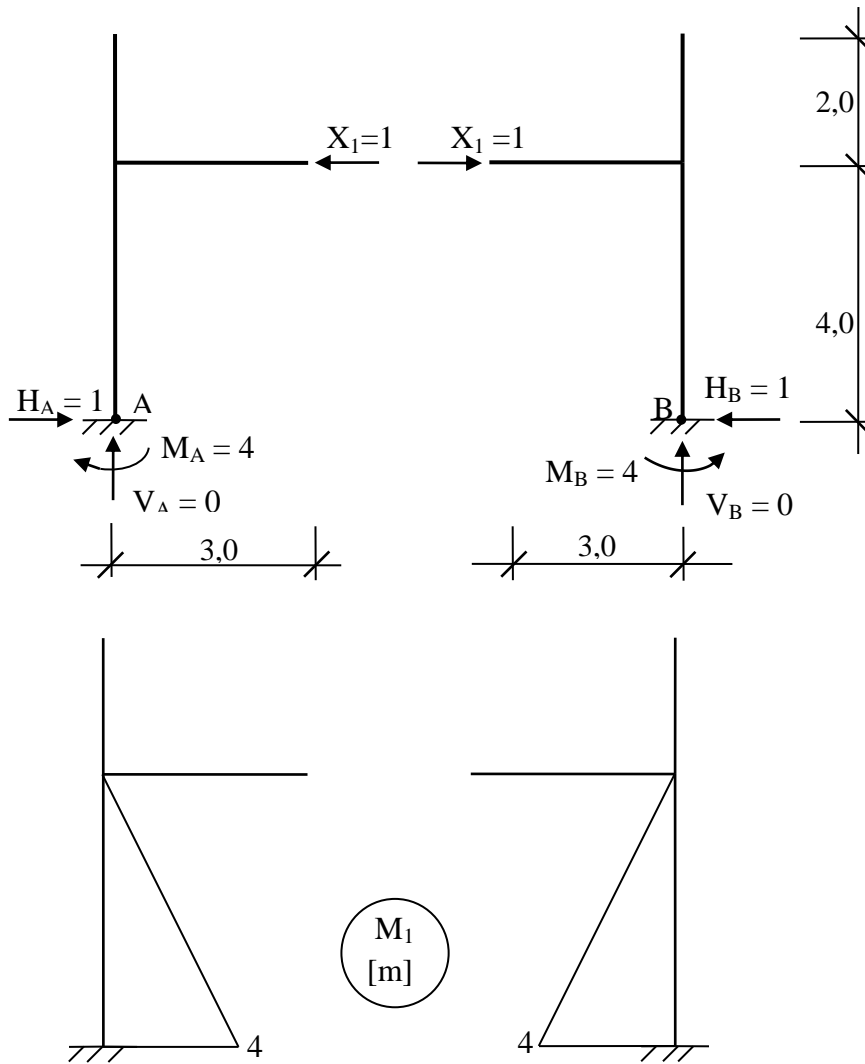


4. Układ równań kanonicznych

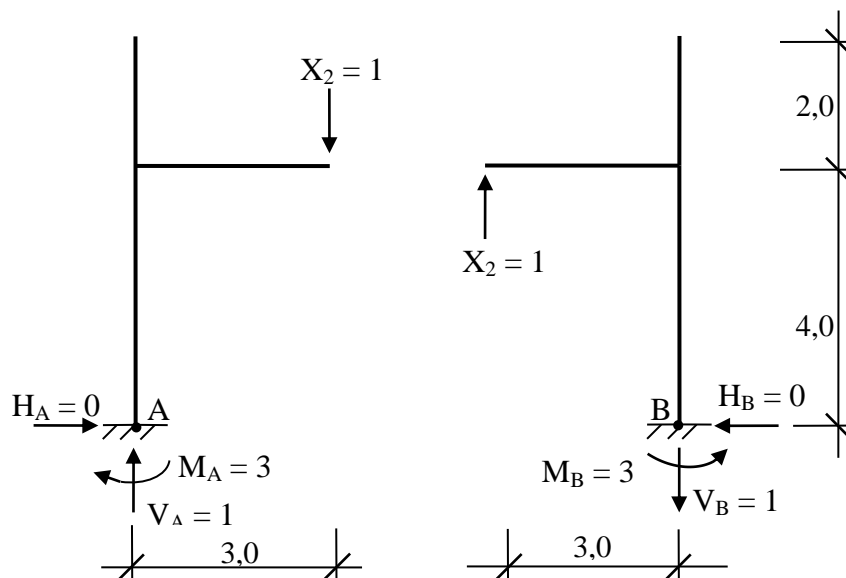
$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

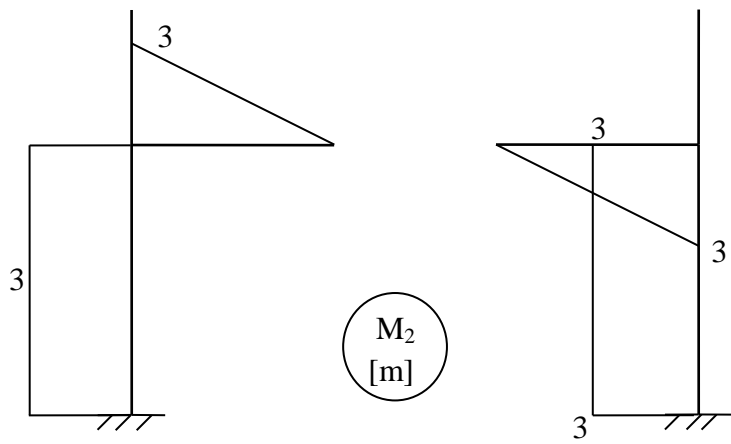
5. Stany jednostkowe

5.1. Stan $X_1 = 1$

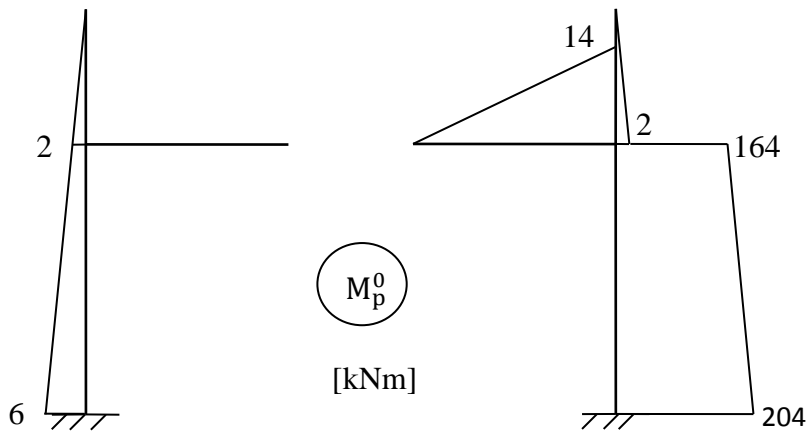
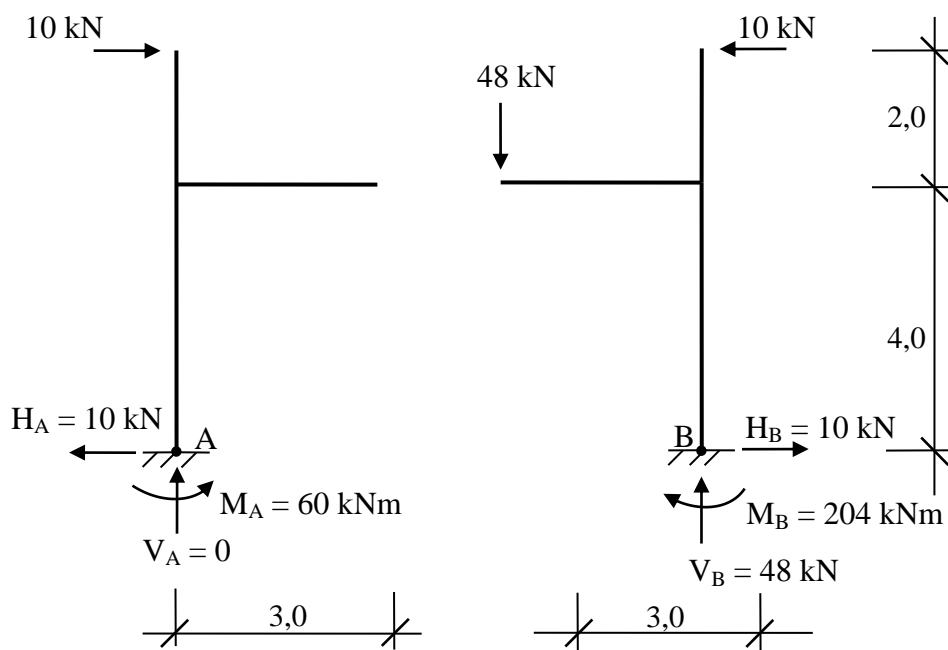


5.2. Stan $X_2 = 1$





5.3. Stan „P”



6. Obliczenie elementów macierzy podatności δ_{ik} oraz współczynników δ_{ip}

$$\delta_{11} = \sum \frac{M_1 M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \right) \right] = \frac{42,6667}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \frac{M_1 M_2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\left(-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \right) \right] = 0$$

$$\delta_{22} = \sum \frac{M_2 M_2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[(3 \cdot 4 \cdot 3) + (3 \cdot 4 \cdot 3) + \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) \right] = \frac{90}{EI}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{42,6667}{EI} & 0 \\ 0 & \frac{90}{EI} \end{bmatrix}$$

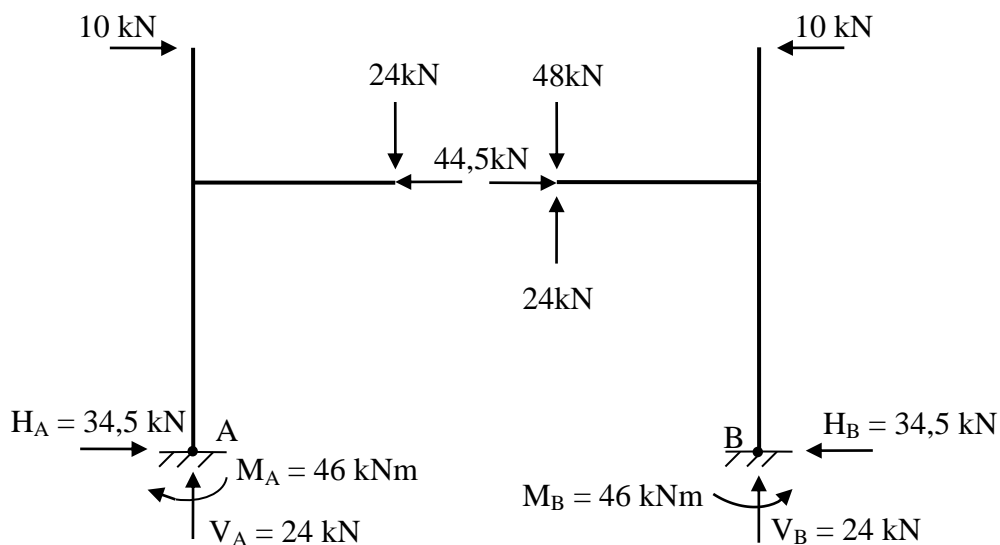
$$\delta_{1P} = \sum \frac{M_1 M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left\{ \left[-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 20 \right) \right] + \left[-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 204 + \frac{1}{3} \cdot 164 \right) \right] \right\} = -\frac{1898,6667}{EI}$$

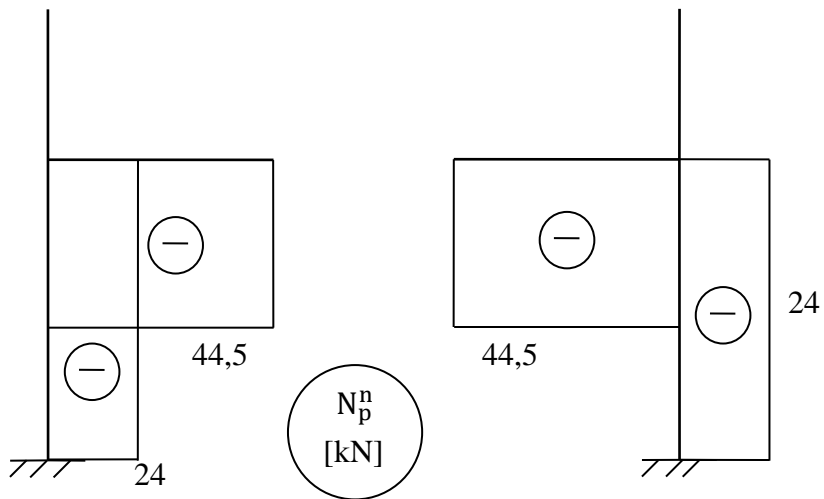
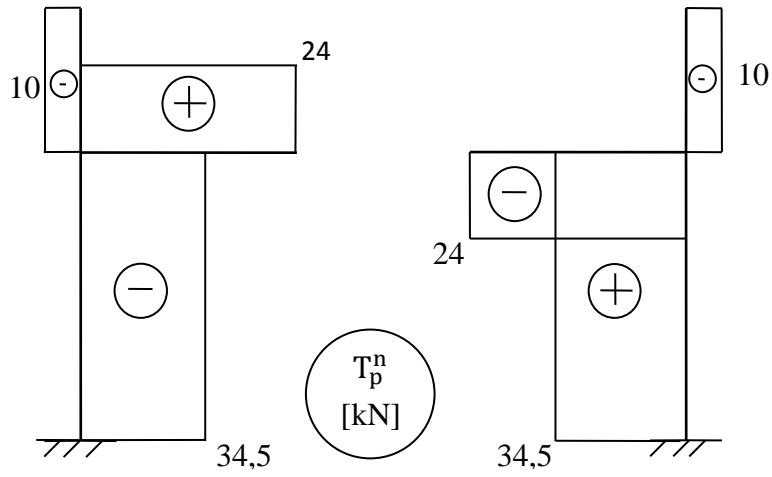
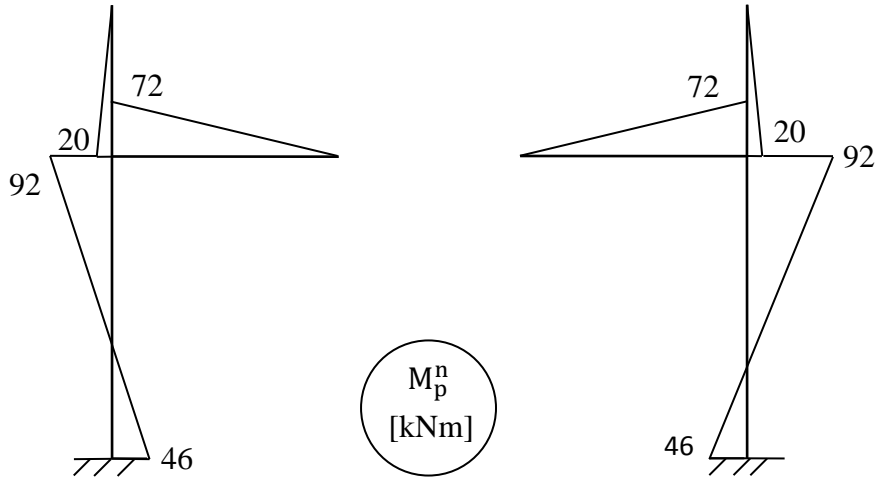
$$\delta_{2P} = \sum \frac{M_2 M_P^0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left\{ \left[4 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 20 \right) \right] + \left[-\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 144 \right] + \left[-3 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 204 + \frac{1}{2} \cdot 164 \right) \right] \right\} = -\frac{2160}{EI}$$

7. Obliczenie niewiadomych X_1 i X_2

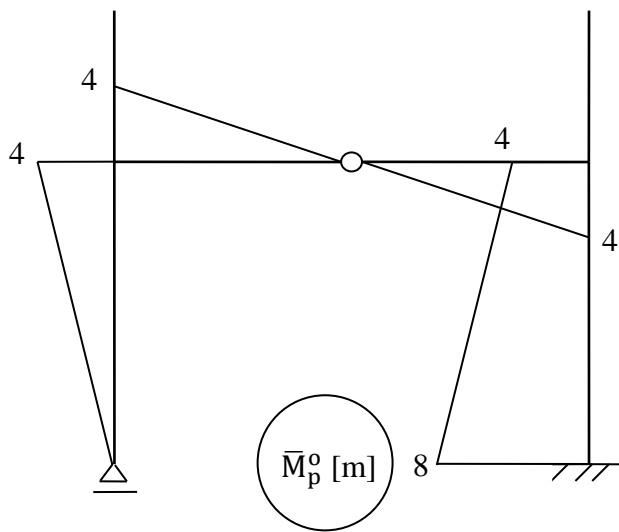
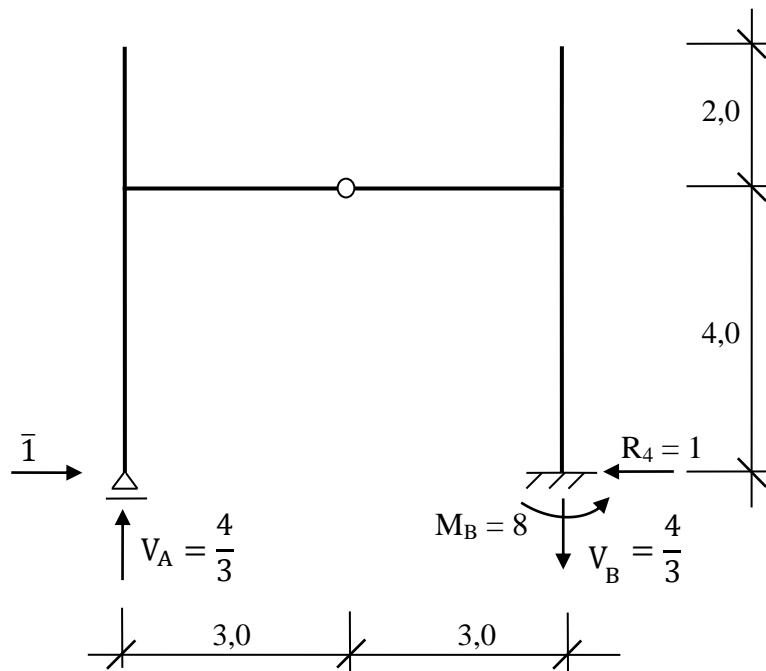
$$\begin{cases} \frac{42,6667}{EI} X_1 - \frac{1898,6667}{EI} = 0 \\ \frac{90}{EI} X_2 - \frac{2160}{EI} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 44,5 \text{ kN} \\ X_2 = 24,0 \text{ kN} \end{cases}$$

8. Siły przekrojowe





10. Sprawdzenie kinematyczne:



$$\begin{aligned}
 h_k &= \sum \int \frac{\bar{M}_k^0 M_p^n}{EI} dx = \\
 &= \frac{1}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 92 - \frac{1}{3} \cdot 46 \right) \right] + \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 72 \right] + \left[-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 72 \right] + \right. \\
 &\quad \left. \left[\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 46 - \frac{1}{3} \cdot 92 \right) \right] + \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 46 - \frac{2}{3} \cdot 92 \right) \right] \right\} = \frac{0}{EI}
 \end{aligned}$$