

Politechnika Poznańska

Instytut Konstrukcji Budowlanych

Zakład Mechaniki Budowli

Obliczanie przemieszczeń w kratownicy z zastosowaniem równania pracy wirtualnej

Prowadzący: mgr inż. Anita Kaczor

Wykonał: Kamil Pótrul

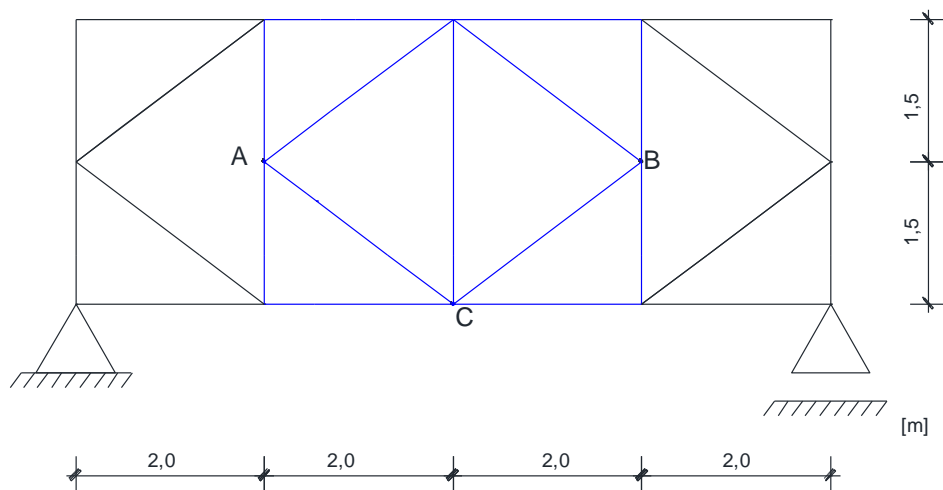
Grupa: B4

Semestr: III

Rok akademicki: 2014/2015

Zadanie

Kratownica przedstawiona na schemacie poddana została obciążeniu termicznemu: pręty dwóch środkowych oczek (zaznaczone na niebiesko) doznały równomiernego ogrzania o $t_0 = +50^\circ\text{C}$



Wykorzystując równanie prac wirtualnych, obliczyć:

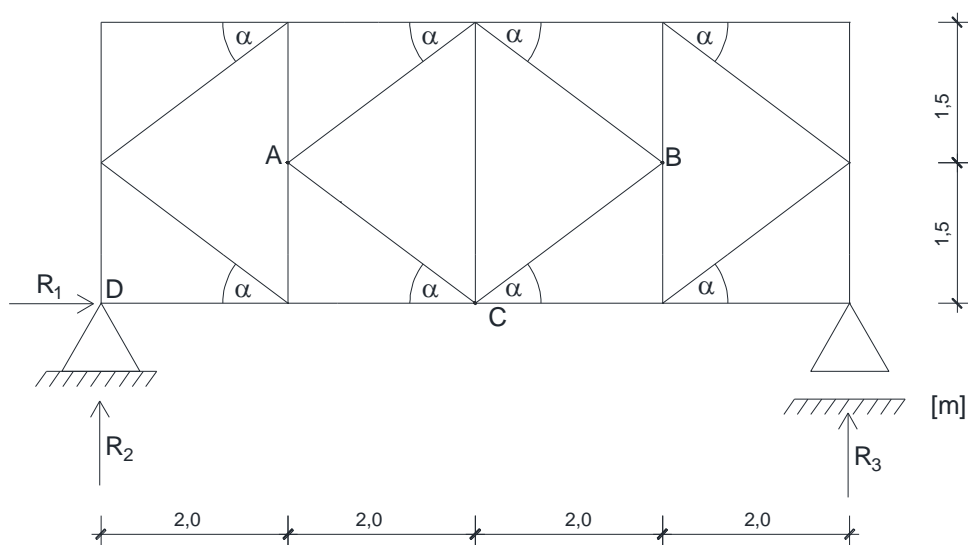
- wzajemne zbliżenie punktów A i B
- pionowe przemieszczenie punktu C

Rozwiązanie

1. Wzajemne zbliżenie punktów A i B

$$\delta_{AB} \cdot \bar{1} = \Sigma \int \bar{N} \alpha_t t_0 dx = \alpha_t \cdot \Sigma \bar{N} t_0 L$$

Wyznaczenie reakcji w kratownicy od obciążenia wirtualnego:



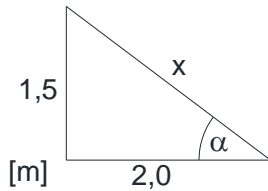
$$\Sigma X = 0 \Rightarrow R_1 + 1 - 1 = 0$$

$$R_1 = 0 [-]$$

$$\Sigma M_D = 0 \Rightarrow R_3 = 0 [-]$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow R_2 = 0 [-]$$

Długość krzyżulca:

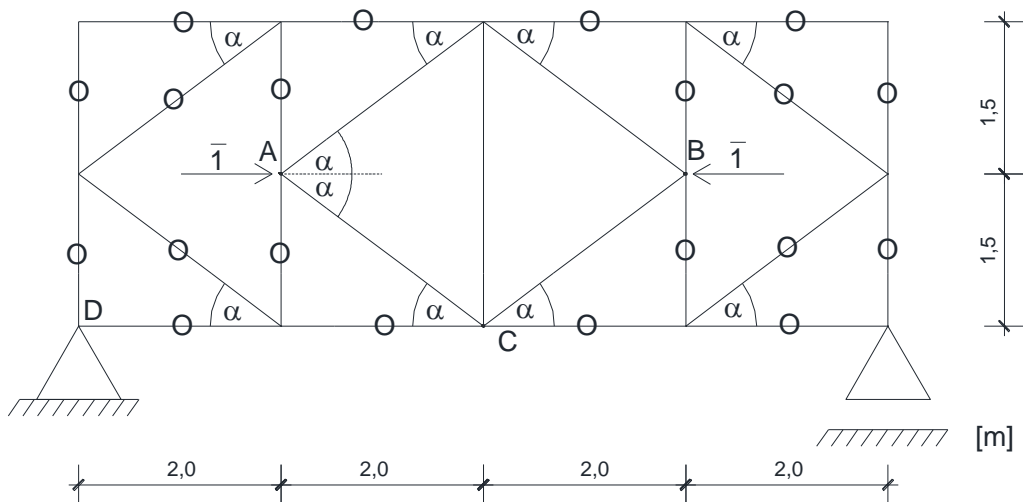


$$x = \sqrt{(1,5)^2 + (2)^2} = 2,5 \text{ m}$$

$$\sin \alpha = 0,6$$

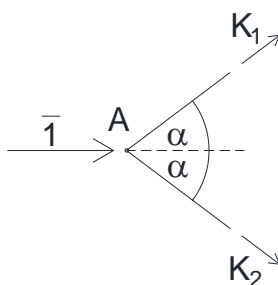
$$\cos \alpha = 0,8$$

Pręty zerowe:



Obliczanie sił wewnętrznych w prętach kratownicy metodą równoważenia węzłów:

- z równowagi węzła A



$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow 0,6 K_1 - 0,6 K_2 = 0$$

$$K_1 = K_2$$

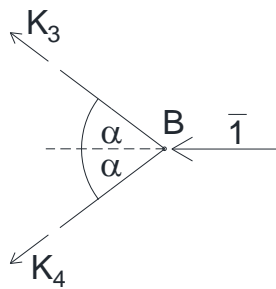
$$\Sigma X = 0 \Rightarrow 1 + 0,8 K_1 + 0,8 K_2 = 0$$

$$K_1 + K_2 = -1,25$$

$$K_1 = -0,625 [-]$$

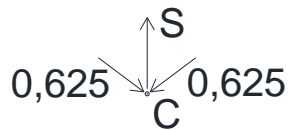
$$K_2 = -0,625 [-]$$

- z równowagi węzła B

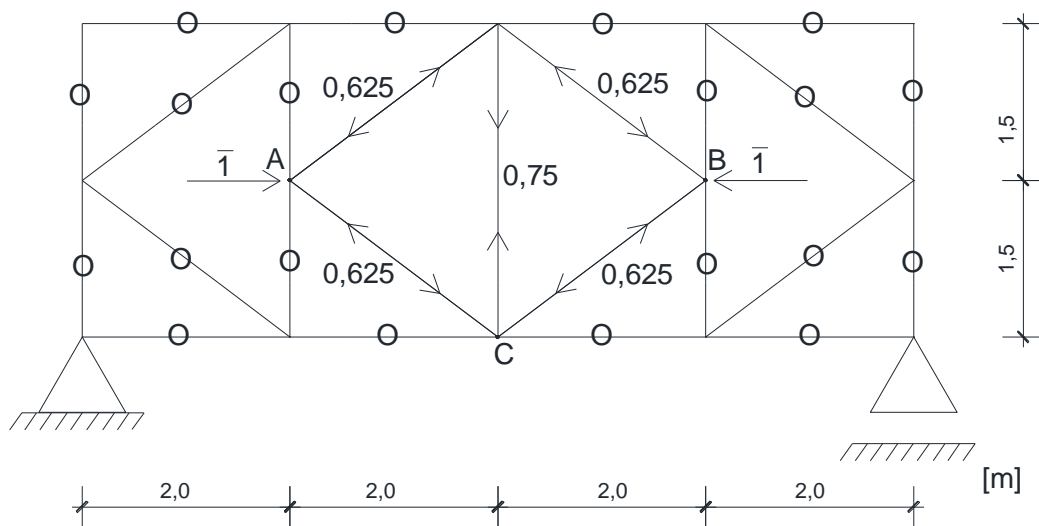


$$K_3 = K_4 = -0,625 [-]$$

- z równowagi węzła C



$$S = 0,75 [-]$$



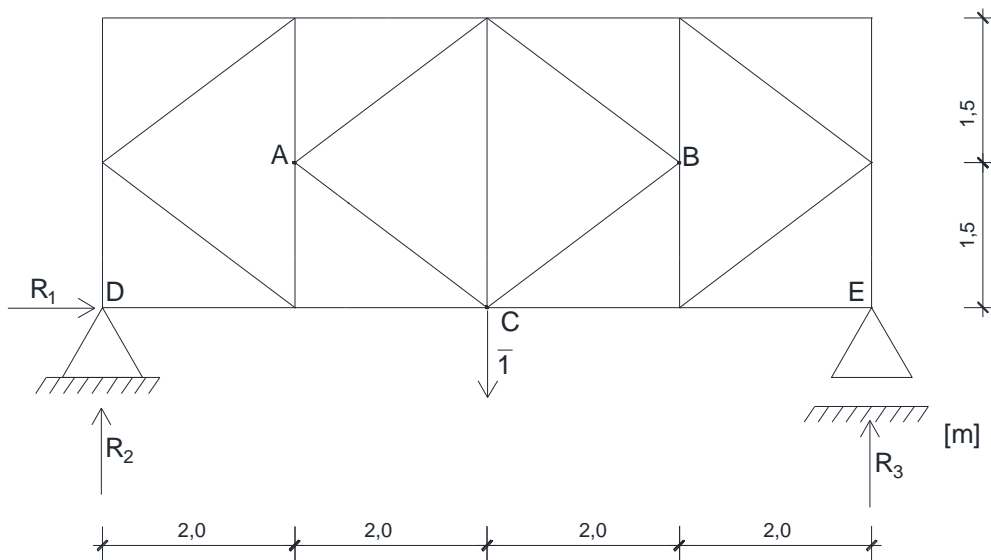
Wzajemne zbliżenie punktów A i B:

$$\begin{aligned} \delta_{AB} \cdot \bar{1} &= \alpha_t \cdot \Sigma \bar{N} t_0 L = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot (4 \cdot (-0,625) \cdot 2,5 + 0,75 \cdot 3) = \\ &= -0,0024 \text{ m} = -2,4 \text{ mm} \end{aligned}$$

2. Przemieszczenie pionowe punktu C

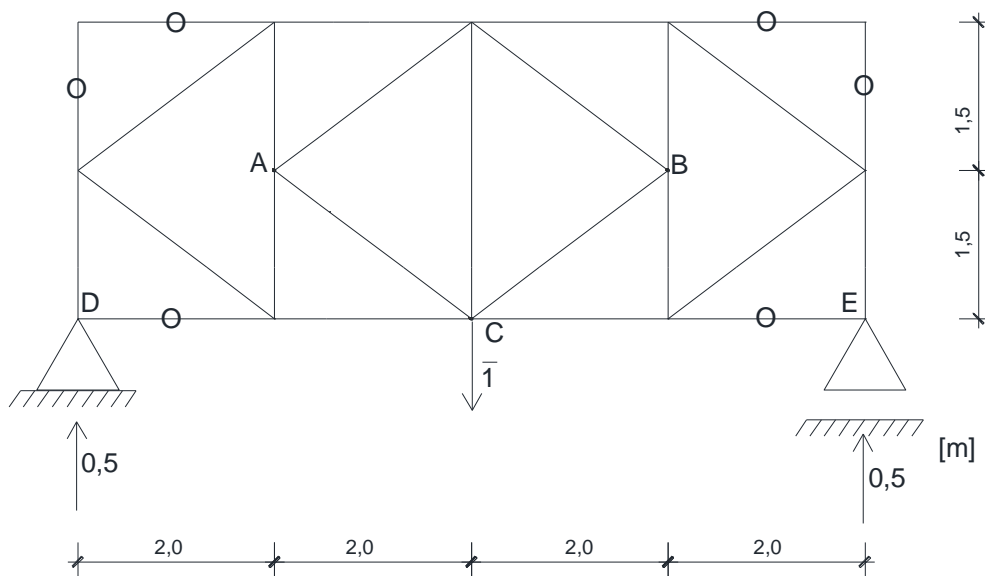
$$V_C \cdot \bar{1} = \Sigma \int \bar{N} \alpha_t t_0 dx = \alpha_t \cdot \Sigma \bar{N} t_0 L$$

Wyznaczenie reakcji w kratownicy od obciążenia wirtualnego

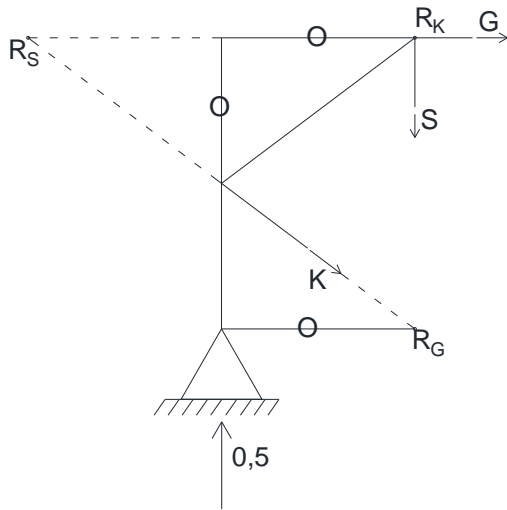


$$\begin{aligned} \Sigma X = 0 &\Rightarrow R_1 = 0 [-] \\ \Sigma M_E = 0 &\Rightarrow R_2 \cdot 8 - 1 \cdot 4 = 0 \\ &R_2 = 0,5 [-] \\ \Sigma M_D = 0 &\Rightarrow -R_3 \cdot 8 + 1 \cdot 4 = 0 \\ &R_3 = 0,5 [-] \end{aligned}$$

Pręty zerowe:



Obliczanie sił wewnętrznych w prętach kratownicy metodą Rittera:



$$\Sigma M_{RG} = 0 \Rightarrow 0,5 \cdot 2 + G \cdot 3 = 0$$

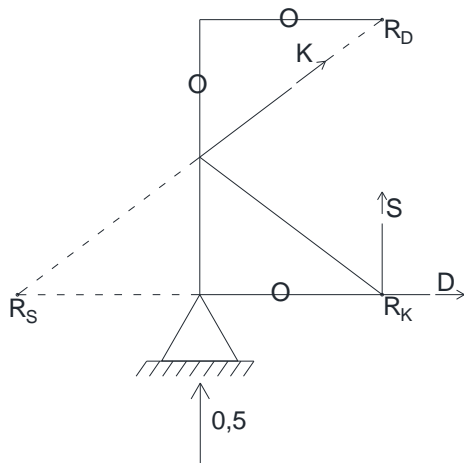
$$G = -\frac{1}{3} [-]$$

$$\Sigma M_{RK} = 0 \Rightarrow 0,5 \cdot 2 - K \cdot 2,5 = 0$$

$$K = 0,4 [-]$$

$$\Sigma M_{RS} = 0 \Rightarrow -0,5 \cdot 2 + S \cdot 4 = 0$$

$$S = 0,25 [-]$$



$$\Sigma M_{RD} = 0 \Rightarrow 0,5 \cdot 2 - D \cdot 3 = 0$$

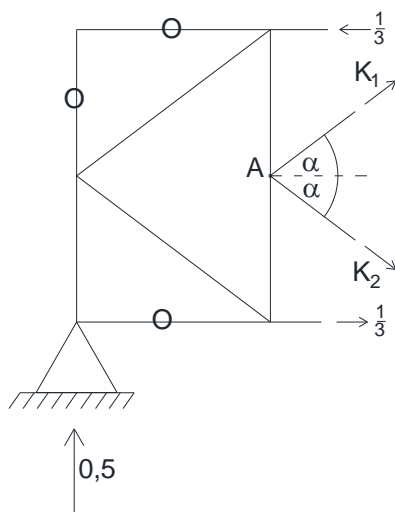
$$D = \frac{1}{3} [-]$$

$$\Sigma M_{RK} = 0 \Rightarrow 0,5 \cdot 2 + K \cdot 2,5 = 0$$

$$K = -0,4 [-]$$

$$\Sigma M_{RS} = 0 \Rightarrow -0,5 \cdot 2 - S \cdot 4 = 0$$

$$S = -0,25 [-]$$



$$\Sigma X = 0 \Rightarrow 0,8 \cdot K_1 + 0,8 \cdot K_2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

$$K_1 = -K_2$$

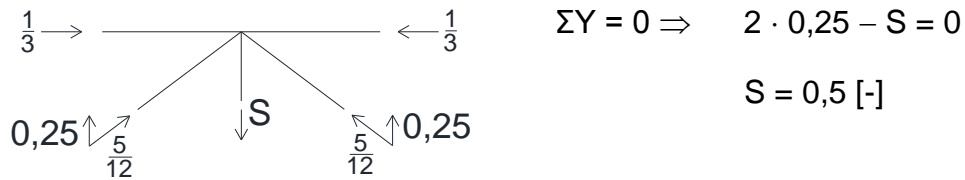
$$2 \cdot K_1 = -\frac{5}{6}$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow 0,5 - 0,6 \cdot K_1 + 0,6 \cdot K_2 = 0$$

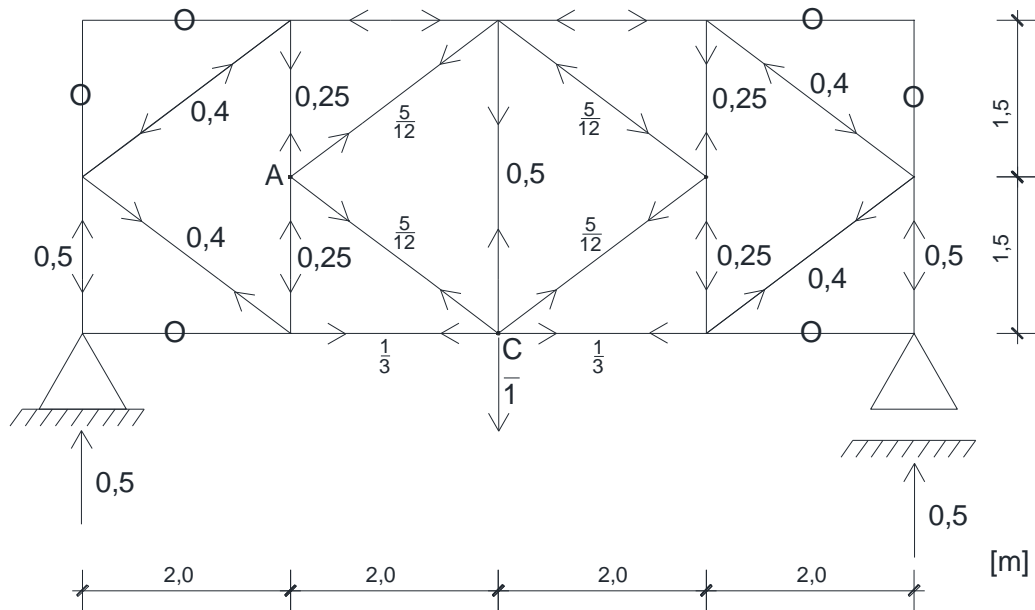
$$K_2 = K_1 + \frac{5}{6}$$

$$K_1 = -\frac{5}{12} [-]$$

$$K_2 = \frac{5}{12} [-]$$



Ponieważ kratownica jest symetryczna i schemat obciążenia jest symetryczny, z drugiej strony otrzymamy takie same siły wewnętrzne w odpowiednich prętach, czyli:



Przemieszczenie pionowe punktu C:

$$\begin{aligned}
 V_C \cdot \bar{1} &= \Sigma \int \bar{N} \alpha_t t_0 dx = \alpha_t \cdot \Sigma \bar{N} t_0 L = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot [2 \cdot \frac{5}{12} \cdot 2,5 + \\
 &\quad - 2 \cdot \frac{5}{12} \cdot 2,5 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1,5 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1,5 + 2 \cdot \frac{1}{2}] = \\
 &= 0,00006 \text{ m} = 0,06 \text{ mm}
 \end{aligned}$$