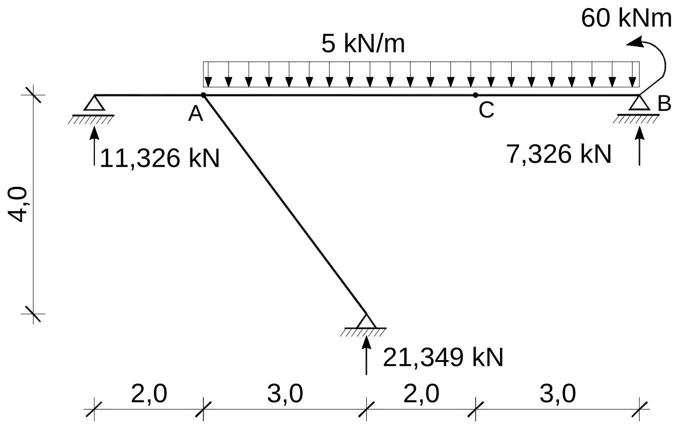
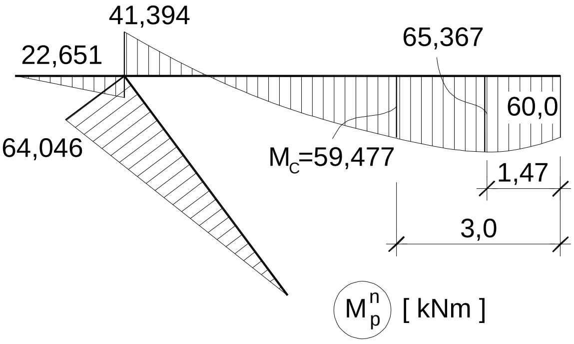
Dany jest wykres momentów zginających w ramie przedstawionej na rysunku. Wyznaczyć:

a) obrót przekroju A,
b) obrót przekroju B,
c) przemieszczenie pionowe przekroju C.

W obliczeniach pominąć wpływ sił normalnych i poprzecznych, EJ = const.




**Rozwiązanie:**

Przemieszczenia wyznaczamy za pomocą równania pracy wirtualnej. Stosujemy twierdzenie redukcyjne:

$$\bar{1}\cdot\delta=\sum\int_x \bar{M}^n\cdot\frac{M_P^n}{EJ}dx=\sum\int_x \bar{M}^0\cdot\frac{M_P^n}{EJ}dx$$

gdzie: $\delta$ - szukane przemieszczenie (liniowe lub kątowe),

$\bar{1}$ - obciążenie wirtualne adekwatne do szukanego przemieszczenia,

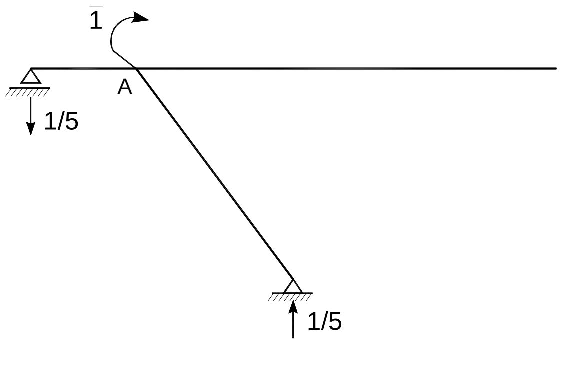
$\bar{M}^n$ - momenty zginające wywołane odpowiednim obciążeniem wirtualnym w układzie statycznie niewyznaczalnym,

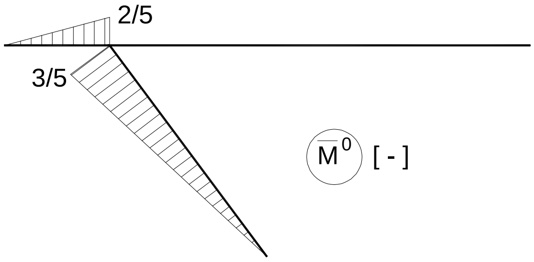
$\bar{M}^0$ - momenty zginające wywołane odpowiednim obciążeniem wirtualnym w układzie statycznie wyznaczalnym (spełniającym wymagania układu podstawowego metody sił),

$M_p^n$ - momenty zginające wywołane zadanym obciążeniem zewnętrznym w układzie statycznie niewyznaczalnym (w tym przypadku dane :),

$EJ$ - sztywność na zginanie.

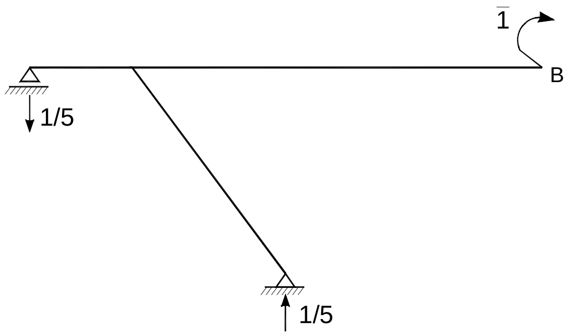
a) obrót przekroju A:

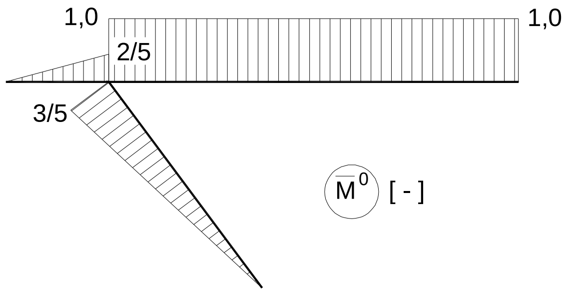



$$\varphi_A=\sum\int_x \bar{M}^0\cdot\frac{M_P^n}{EJ}dx=\frac{1}{EJ}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot 64{,}046-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot 22{,}651\right]=\frac{58{,}006}{EJ}$$

b) obrót przekroju B:

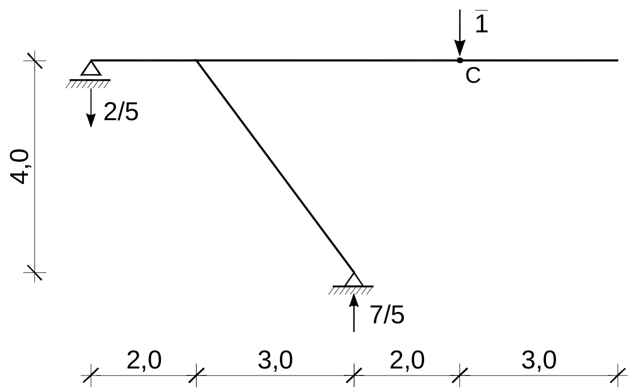


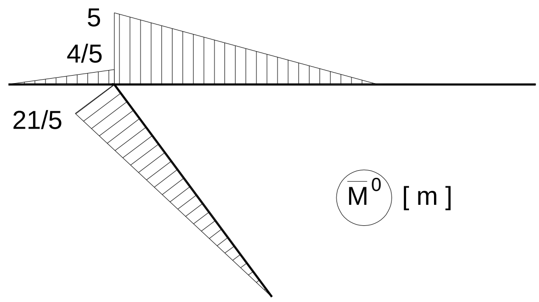




$$\varphi_B = \sum \int_x \overline{M}^{\,0} \cdot \frac{M_P^n}{EJ} dx =$$

$$= \frac{1}{EJ} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 64{,}046 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 22{,}651 + 8 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot (41{,}394 - 60) - \frac{2}{3} \cdot \frac{5 \cdot 8^2}{8} \cdot 8 \cdot 1 \right] = -\frac{229{,}75}{EJ}$$

c) przemieszczenie pionowe przekroju C:




Potrzebna do obliczeń wartość momentu zginającego wywołanego obciążeniem zewnętrznym w punkcie C:

$M_C = 7{,}326 \cdot 3 + 60 - 5 \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 59{,}477\ kNm$

$$v_C = \sum \int_x \overline{M}^{\,0} \cdot \frac{M_P^n}{EJ} dx =$$

$$= \frac{1}{EJ} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{21}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 64{,}046 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 22{,}651 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot 41{,}394 - \frac{1}{3} \cdot 59{,}477 \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{5 \cdot 5^2}{8} \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \right] =$$

$$= \frac{403{,}166}{EJ}$$