

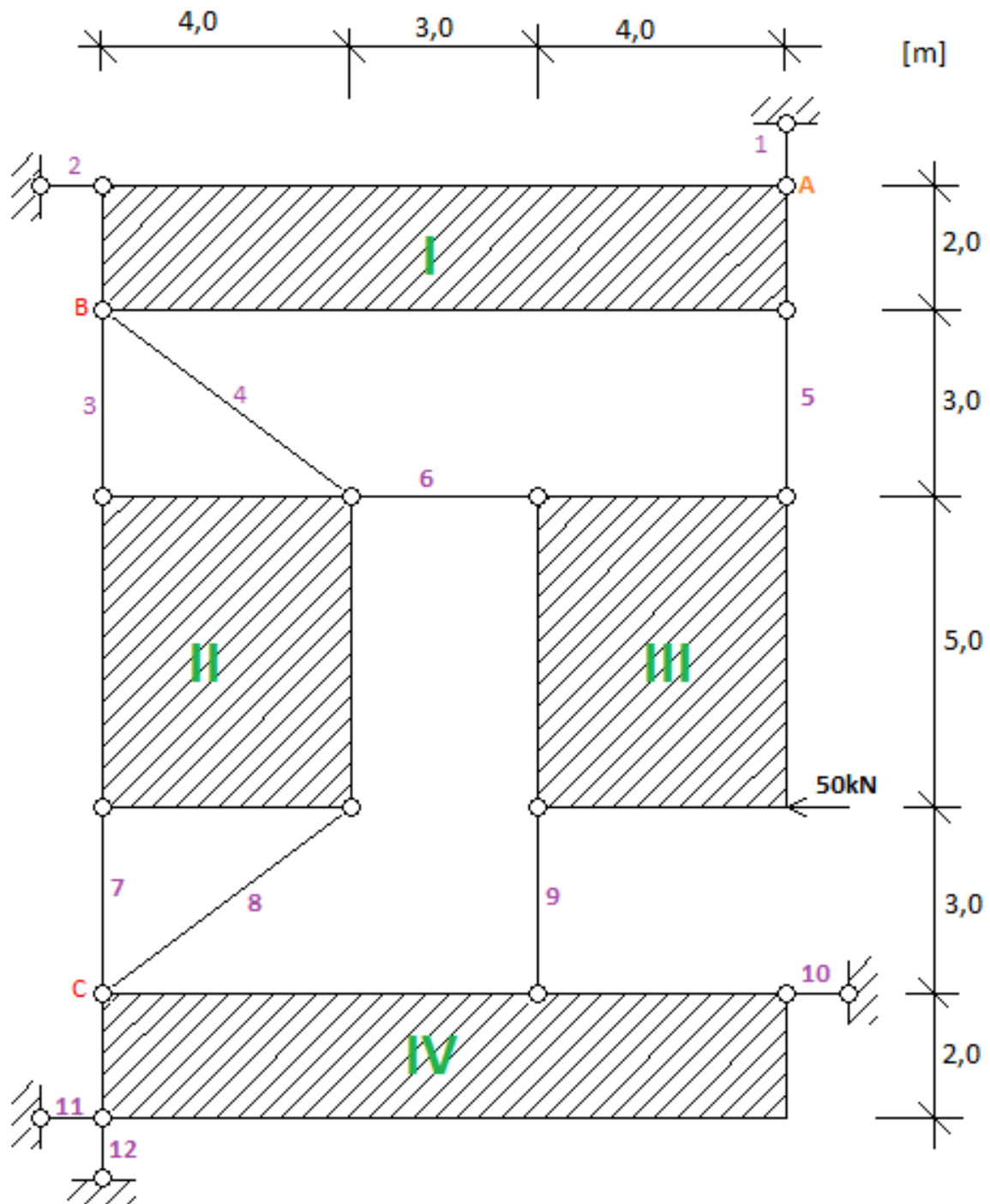
POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
ZAKŁAD MECHANIKI BUDOWLI

ANALIZA KINEMATYCZNA I STATYCZNA PŁASKICH UKŁADÓW TARCZ SZTYWNYCH

Prowadząca: **mgr inż. A. Kaczor**

Wykonała: Katarzyna Łaciak
Studia stacjonarne, semestr I
Budownictwo
Grupa B6
Rok akademicki 2016/17

I. SHCEMAT ZADANIA



II. ANALIZA GEOMETRYCZNEJ NIEZMIENNOŚCI UKŁADU

1) Warunek konieczny

Warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony, jeśli spełniona jest nierówność:

$$n \geq 0,$$

w której n wyznaczamy ze wzoru:

$$n = w - 3 \cdot t,$$

gdzie: w - liczba stopni swobody odebranych przez więzy, t - liczba tarcz.

W analizowanym układzie występują cztery tarcze (I-IV), siedem prętów podporowych łączących tarcze między sobą oraz pięć prętów podporowych łączących tarcze z podłożem. Każdy pręt podporowy odbiera po jednym stopniu swobody, zatem:

$$t = 4,$$

$$w = 12.$$

Stąd:

$$n = 12 - 3 \cdot 4 = 0.$$

Zatem warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony. Oznacza to, że liczba więzów w układzie tarcz jest wystarczająca, aby odebrać mu wszystkie stopnie swobody (zapewnić mu geometryczną niezmiennosc), należy jeszcze sprawdzić, czy więzy te są odpowiednio rozmieszczone – czyli warunek dostateczny geometrycznej niezmienności.

2) Warunek dostateczny

a) Tarcza IV jest połączona z podłożem trzema prętami (10, 11, 12). Pręty te nie przecinają się w jednym punkcie, jest więc geometrycznie niezmienna i może stanowić podłoże dla kolejnych tarcz.

b) Tarcza II i I tworzą układ trójprzegubowy, w którym:

- w punkcie przecięcia kierunków prętów podporowych 1 i 2 powstaje przegub A łączący tarczę I z podłożem;
- w punkcie przecięcia prętów podporowych 3 i 4 powstaje przegub B łączący tarcze między sobą;
- w punkcie przecięcia prętów podporowych 7 i 8 powstaje przegub C łączący tarczę II z geometrycznie niezmienną tarczą IV.

Przeguby A, B i C nie leżą na jednej prostej, zatem układ tarcz II + I jest geometrycznie niezmienny, może stanowić podłoże dla kolejnych tarcz.

c) Tarcza III jest połączona:

- z geometrycznie niezmienną tarczą I za pomocą pręta podporowego nr 5,
- z geometrycznie niezmienną tarczą II za pomocą pręta podporowego nr 6,
- z geometrycznie niezmienną tarczą IV za pomocą pręta podporowego nr 9.

Pręty te nie przecinają się w jednym punkcie, zatem tarcza III jest geometrycznie niezmienna

Warunek dostateczny geometrycznej niezmienności jest spełniony.

3) Wniosek

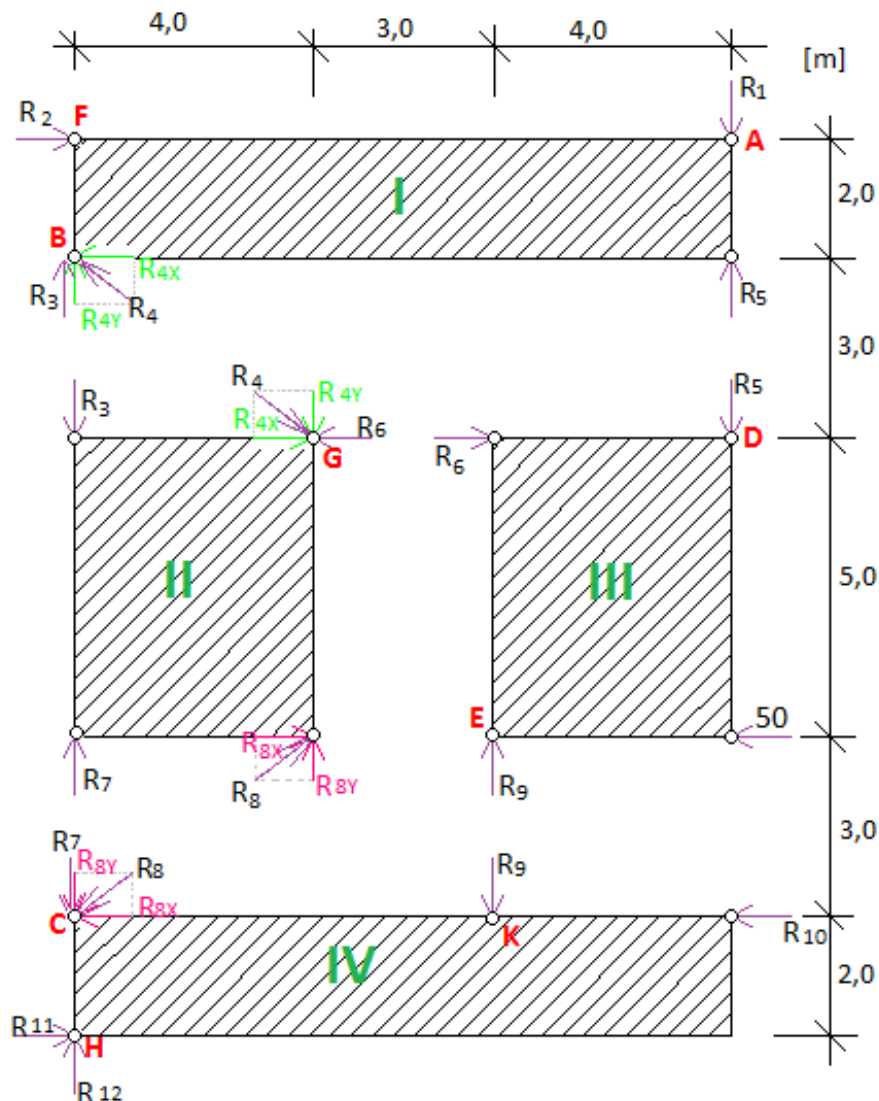
Cały układ jest geometrycznie niezmienny. Ponieważ jednocześnie liczba stopni swobody odebranych przez więzy jest równa potrojonej liczbie tarcz, czyli:

$$n = 0,$$

układ jest również statycznie wyznaczalny.

III. ANALITYCZNE WYZNACZANIE SIŁ REAKCJI W WIĘZACH

a) Układ uwolniony od więzów



b) wyznaczenie sił reakcji dla tarczy III

$$\Sigma P_{ix}^{III} = 0:$$

$$R_6 - 50 = 0$$

$$R_6 = 50,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_D^{III} = 0:$$

$$R_9 \cdot 4 + 50 \cdot 5 = 0$$

$$R_9 = -62,50 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_E^{III} = 0:$$

$$R_6 \cdot 5 + R_5 \cdot 4 = 0$$

$$50 \cdot 5 + R_5 \cdot 4 = 0$$

$$R_5 = -62,50 \text{ kN}$$

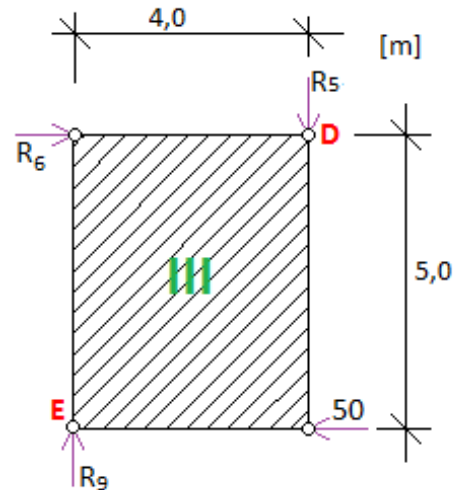
Sprawdzenie:

$$\Sigma P_{iy}^{III} = 0:$$

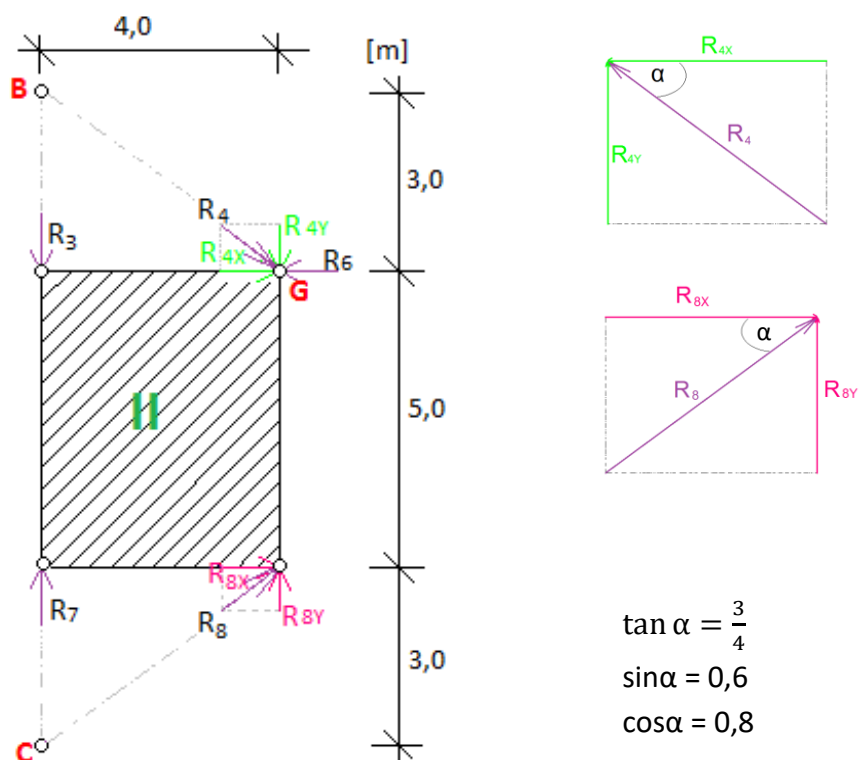
$$R_5 - R_9 = 0$$

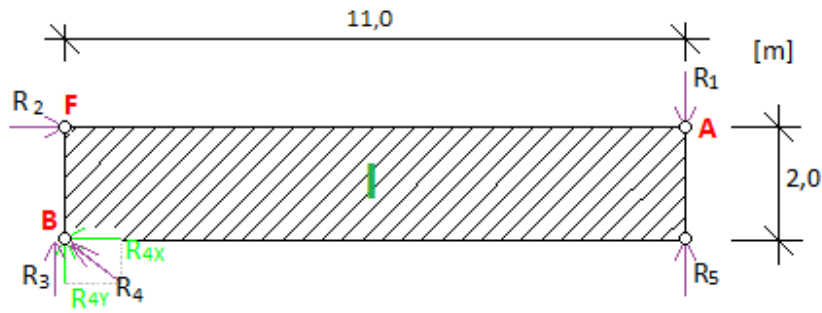
$$-62,5 - (-62,5) = 0$$

$$0 = 0$$



c) wyznaczenie sił reakcji dla układu trójprzegubowego (tarcza II + I)





$$\Sigma M_C^{\text{II}} = 0:$$

$$R_{4X} \cdot 8 + R_{4Y} \cdot 4 - R_6 \cdot 8 = 0$$

$$R_{4X} = R_4 \cdot \cos \alpha$$

$$R_{4Y} = R_4 \cdot \sin \alpha$$

$$R_4 \cdot 0,8 \cdot 8 + R_4 \cdot 0,6 \cdot 4 - 50 \cdot 8 = 0$$

$$\mathbf{R_4 = 45,455 \text{ kN}}$$

$$R_{4X} = R_4 \cdot 0,8 = 45,455 \cdot 0,8 = 36,364 \text{ kN}$$

$$R_{4Y} = R_4 \cdot 0,6 = 45,455 \cdot 0,6 = 27,273 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B^{\text{II}} = 0:$$

$$-R_{8X} \cdot 8 - R_{8Y} \cdot 4 + R_6 \cdot 3 = 0$$

$$R_{8X} = R_8 \cdot \cos \alpha$$

$$R_{8Y} = R_8 \cdot \sin \alpha$$

$$-R_8 \cdot 0,8 \cdot 8 - R_8 \cdot 0,6 \cdot 4 + 50 \cdot 3 = 0$$

$$\mathbf{R_8 = 17,045 \text{ kN}}$$

$$R_{8Y} = R_8 \cdot 0,6 = 0,6 \cdot 17,045 = 10,227 \text{ kN}$$

$$R_{8X} = R_8 \cdot 0,8 = 0,8 \cdot 17,045 = 13,636 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_F^{\text{I}} = 0:$$

$$R_1 \cdot 11 - R_5 \cdot 11 + R_{4X} \cdot 2 = 0$$

$$R_1 \cdot 11 - (-62,5) \cdot 11 + 36,364 \cdot 2 = 0$$

$$\mathbf{R_1 = -69,112 \text{ kN}}$$

$$\Sigma P_{ix}^{\text{I}} = 0:$$

$$R_2 - R_{4X} = 0$$

$$R_2 - 36,364 = 0$$

$$\mathbf{R_2 = 36,364 \text{ kN}}$$

$$\Sigma P_{iy}^{\text{I}} = 0:$$

$$R_1 - R_3 - R_{4Y} - R_5 = 0$$

$$-69,112 - R_3 - 27,273 + 62,50 = 0$$

$$\mathbf{R_3 = -33,885 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B^{\text{I}} = 0:$$

$$R_2 \cdot 2 + R_1 \cdot 11 - R_5 \cdot 11 = 0$$

$$36,364 \cdot 2 - (-69,112) \cdot 11 + 62,50 \cdot 11 = 0$$

$$\Sigma P_{iY}^{\text{II}} = 0:$$

$$-R_3 - R_{4Y} + R_7 + R_{8Y} = 0$$

$$33,885 - 27,273 + R_7 + 10,227 = 0$$

$$R_7 = -16,839 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\Sigma M_A^{\text{I}} = 0:$$

$$R_3 \cdot 11 + R_{4Y} \cdot 11 + R_{4X} \cdot 2 = 0$$

$$-33,885 \cdot 11 + 27,273 \cdot 11 + 36,364 \cdot 2 = 0$$

$$-0,004 \approx 0$$

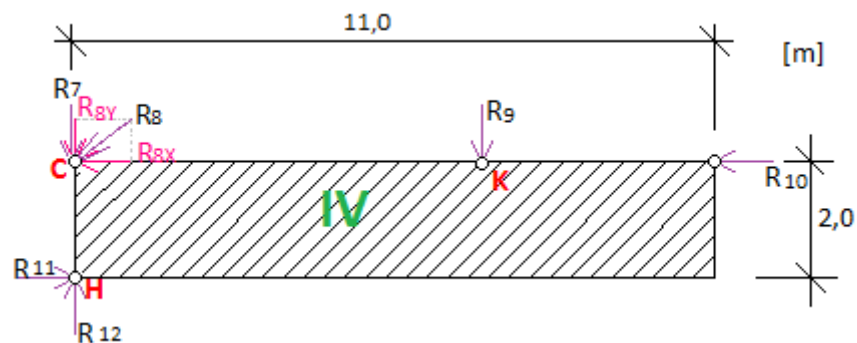
$$\Sigma M_G^{\text{II}} = 0:$$

$$-R_3 \cdot 4 - R_{8X} \cdot 5 + R_7 \cdot 4 = 0$$

$$33,885 \cdot 4 - 13,636 \cdot 5 - 16,839 \cdot 4 = 0$$

$$-0,004 \approx 0$$

d) wyznaczenie sił reakcji dla tarczy IV



$$\Sigma P_{iY}^{\text{IV}} = 0:$$

$$R_7 + R_{8Y} + R_9 - R_{12} = 0$$

$$-16,839 + 10,227 - 62,5 - R_{12} = 0$$

$$R_{12} = -69,112 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_H^{\text{IV}} = 0:$$

$$-R_{8X} \cdot 2 + R_9 \cdot 7 - R_{10} \cdot 2 = 0$$

$$-13,636 \cdot 2 - 62,5 \cdot 7 - R_{10} \cdot 2 = 0$$

$$R_{10} = -232,386 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_K^{\text{IV}} = 0:$$

$$-R_7 \cdot 7 - R_{8Y} \cdot 7 - R_{11} \cdot 2 + R_{12} \cdot 7 = 0$$

$$16,839 \cdot 7 - 10,227 \cdot 7 - R_{11} \cdot 2 + (-69,112) \cdot 7 = 0$$

$$R_{11} = -218,75 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\Sigma P_{ix}^{\text{IV}} = 0:$$

$$-R_{8x} - R_{10} + R_{11} = 0$$

$$-13,636 + 232,386 - 218,75 = 0$$

$$0,0 = 0$$

$$\Sigma M_L^{IV} = 0:$$

$$-R_7 \cdot 11 - R_{8y} \cdot 11 - R_{8x} \cdot 2 + R_{12} \cdot 11 - R_9 \cdot 4 - R_{10} \cdot 2 = 0$$

$$16,839 \cdot 11 - 10,227 \cdot 11 - 13,636 \cdot 2 - 69,112 \cdot 11 + 62,50 \cdot 4 + 232,386 \cdot 2 = 0$$

$$0,0 = 0$$

IV. ZESTAWIENIE SIŁ CZYNNYCH I BIERNYCH DZIAŁAJĄCYCH NA UKŁAD

